

情報可視化論 H24 前期 第 05 回

陰山 聡

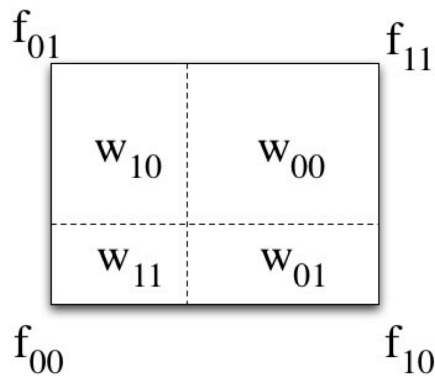
2012.05.29

まとめ

- 補間
 - 区分的線形関数で近似した関数の値 線形補間
 - 1次元線形補間の図形的意味
 - 2次元線形補間の図形的意味 下参照
 - 3次元線形補間の図形的意味 問題
- 2次元線形補間の図形的意味：長方形セル（四角形セルの特別な場合）内部の bilinear 補間は次のように書ける。4つの頂点の座標を (x_0, y_0) , (x_1, y_0) , (x_1, y_1) , (x_0, y_1) とすると

$$f(x, y, z) = w_{00}f_{00} + w_{10}f_{10} + w_{11}f_{11} + w_{01}f_{01}$$

ここで、 f_{IJ} は長方形の頂点上の値 $f(x_I, y_J)$ 、 w_{IJ} は下の図の4つの長方形の相対的な面積。



擬似コードで書くと次のようにエレガントに書ける。

```

dx = x_1 - x_0
dy = y_1 - y_0
f_00 = f(x_0,y_0)
f_01 = f(x_0,y_1)
f_10 = f(x_1,y_0)
f_11 = f(x_1,y_1)

interpolate(x) {
  r_0 = (x_1-x)/dx
  r_1 = (x-x_0)/dx
  s_0 = (y_1-y)/dy
  s_1 = (y-y_0)/dy
  w_00 = r_0*s_0
  w_01 = r_0*s_1
  w_10 = r_1*s_0
  w_11 = r_1*s_1

  f = w_00*f_00
    + w_01*f_01
    + w_10*f_10
    + w_11*f_11

  return f
}

```

- セルの種類

- 三角セル: $\Phi_1(r, s) = 1 - r - s$, $\Phi_2(r, s) = r$, $\Phi_3(r, s) = s$
- 実空間 (x, y, z) から (r, s) への変換式 $(r, s) = T^{-1}(x, y, z)$
- 四角セル
- 四面体セル: $\Phi_1(r, s, t) = (1-r)(1-s)(1-t)$, $\Phi_2(r, s, t) = r(1-s)(1-t)$, $\Phi_3(r, s, t) = rs(1-t)$, \dots , $\Phi_8(r, s, t) = (1-r)st$

- (高次精度有限要素法など)セル内で線形以上(2次以上の関数)の情報があるとき

- その精度を可視化(shading)では活かさない
- resampling するしかない

- 格子の種類

- uniform
- rectilinear
- structured
- unstructured

- 構造格子の番号付け

- $i = i(n_1, n_2, \dots, n_d) = n_1 + \sum_{k=2}^d \left(n_k \prod_{\ell=1}^{k-1} N_\ell \right)$

- 逆に i から n_1, \dots, n_d を求めるには? mod とわり算を使って n_1 から順番に求める。

- 3次元格子データを納めるのに必要なメモリサイズ

- uniform: 座標 x_i の最小値、座標 x_i の最大値、格子番号最大値 N_i (0 から開始) 3 つ x3次元 x4B

- rectilinear: $((N_1 + 1) + (N_2 + 1) + (N_3 + 1)) \times 4B$

- structured: $(N_1 + 1) \times (N_2 + 1) \times (N_3 + 1) \times 4B$

- unstructured: structured と同程度

- cell finding

- 空間中の点 (x, y, z) が与えられたとき、その点を含む cell を見つけよ。

- uniform: $O(1)$

- rectilinear: $O(N)$ or $O(\log N)$ (binary search)

- structured/unstructured: $O(N^3)$. もっと早くできるか?

- 色

- RGB 空間の一辺長さ 1 の立方体。表面が value=1 の色。

- 原点 $(r, g, b) = (0, 0, 0)$ と白色点 $(r, g, b) = (1, 1, 1)$ を結ぶ対角線は gray scale

- その対角線上から原点を見たときの立方体の射影図形 = 6 角形

- その 6 角形の辺の上をまわる座標が Hue

- 原点から辺までの距離が Saturation

- $(r, g, b) \leftrightarrow (h, s, v)$ の変換コード

問題 5.1

3次元直方体セル(6面体セルの特別な場合)内部の trilinear 補間の図形的な意味を述べよ。(ヒント:上の図の2次元長方形内の bilinear 補間の図形的意味。)

問題 5.2

一般的な structured grid や unstructured grid の cell finding を高速に行うアルゴリズムについて述べよ。