

解析力学 B 第 04 回レポート 略解例

1 問題 1

1.1 1-1

一般化運動量は $p = m\dot{\theta}$ だから、ハミルトニアンはルジャンドル変換 $H(\theta, p) = p\dot{\theta} - L$ より

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}(3 - 2\cos\theta)$$

である。もちろん、定数部分を除いて

$$H = \frac{p^2}{2m} - k\cos\theta$$

としてもよい。

1.2 1-2

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{p}{m} \\ \dot{p} &= -k\sin\theta\end{aligned}$$

2 問題 2

2.1 2-1

一般化運動量は

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 2m(1 - \cos\theta)\dot{\theta}$$

だから、ハミルトニアンは、 $H = p\dot{\theta} - L$ より、

$$H = \frac{p^2}{4m(1 - \cos\theta)} + mg(1 - \cos\theta)$$

である。

2.2 2-2

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{p}{2m(1 - \cos\theta)} \\ \dot{p} &= \frac{p^2 \sin\theta}{4m(1 - \cos\theta)^2} - mg\sin\theta\end{aligned}$$