

解析力学 B 第 05 回レポート 略解例

正準変換の直接条件：

$$\frac{\partial Q}{\partial q} = \frac{\partial p}{\partial P}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial p} = -\frac{\partial q}{\partial P}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial p} = \frac{\partial q}{\partial Q}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial q} = -\frac{\partial p}{\partial Q} \quad (4)$$

が成立していればよい。

$$(Q, P) = (q \cos \phi + p \sin \phi, -q \sin \phi + p \cos \phi) \quad (5)$$

という変換の逆、つまり (q, p) を (Q, P) の関数として書くと、

$$(q, p) = (Q \cos \phi - P \sin \phi, Q \sin \phi + P \cos \phi) \quad (6)$$

である。したがって

$$(i) \frac{\partial Q}{\partial q} = \cos \phi$$

$$(ii) \frac{\partial p}{\partial P} = \cos \phi$$

従って式 (1) が成り立つ。式 (2)–(4) も同様。