

## 磁気回転不安定性の検証実験に関する数値シミュレーション: テラー＝クエット系における循環流

Numerical Simulation on Laboratory Experiment of Magnetorotational Instability:  
Circulation in a Taylor-Couette Flow

○ 陰山 聡 (核融合研), Hantao Ji, and Jeremy Goodman

Akira Kageyama, Hantao Ji\*, and Jeremy Goodman\*\*  
Theory and Computer Simulation Center,  
National Institute for Fusion Science,  
Toki, 509-5292, Japan

\*Princeton Plasma Physics Laboratory,  
Princeton, NJ 08543, USA

\*\*Princeton Univ.  
Princeton, NJ 08544, USA

Aiming the first laboratory demonstration of magnetorotational instability (MRI), a liquid metal MHD experiment is undertaken at Princeton Plasma Physics Laboratory (PPPL). In order to produce a flow stable to hydromagnetic modes but unstable to MRI, a prototype water experiment in the same geometry has been performed. The initially proposed experimental setup consists of two concentric short cylinders rotating at constant angular velocities. However, preliminary data indicate that the toroidal flow profile in this cylindrical, or rather a disk-like, vessel is strongly affected by the vessel's horizontal boundaries (the lid and the bottom). Since the profile control of the toroidal flow is essential for the MRI experiment, we performed 2-D numerical simulations of this Navier-Stokes system to understand the flow structure and the boundary effect in detail. The simulation model, results, and comparison with experimental data will be presented in this talk. A poloidal circulation flow is driven at the boundaries by an Ekman-like effect. We found, in our numerical simulations, that a jet structure is formed as a part of the poloidal circulation. This poloidal circulation significantly modifies the toroidal flow from its preferred profile for the MRI experiment. A remedy to remove or minimize the effects of the poloidal circulation will be also presented.

降着円盤における角運動量輸送効率の異常な高さを説明する有力な不安定性として、磁気回転不安定性 (Magnetorotational Instability=MRI) が「再」発見されてから10年以上が経過した。MRIについては、これまで理論及び数値シミュレーションの手法によって詳細な研究がなされてきたが、実験的にその存在が検証された例はまだない。そこで、プリンストン大学プラズマ物理研究所 (PPPL) では、現在、液体金属を用いたMRIの実験を計画しており、現在は、そのための(水を使った)準備実験がなされているところである。本講演では、この準備実験の概要と、それに関係して行った2次元数値シミュレーションの結果について報告する。

よく知られているように、MRIは、磁場の存在のもとで角速度シアを持ちながら回転運動をしている電気伝導性流体 (MHD流体) が、異なる半径位置における局所的な角運動量を磁力線を通じて伝達することによって駆動される不安定性である。降着円盤の場合、このMHD流体とはつまりプラズマのことであるが、実験室内で、プラズマを思い通りの角速度分布のもとで回転運動させながら、しかも十分長時間、装置内に保持し続けることは極めて難しい。そこで、この実験計画では、プラズマの代わりに液体金属のガリウムを用いることにしている。電気抵抗の低い液体金属としてナトリウムもよく知られているが(そしてナトリウムはガリウムよりも軽いという実験上の利点もあるが)、御存じのようにナトリウムは扱いに非常に注意が必要な物質なので、爆発の危険のないガリウムを用いることにしている。もちろん水銀は別の意味で危ない。MRIは本質的には非圧縮のモードなので、ガスではなく液体を使って実験しても問題ない。ガリウムを使うことの問題点は(おそらく半導体の材料として使われるために)高価だという点である。

電気抵抗がゼロの極限を考えると、MRIが不安定となる条件は、角速度が(回転中心を原点 $r=0$ とした場合)半径 $r$ の減少関数であればよい。だが、ガリウムは有限の電気抵抗を持つので、不安定条件は少し複雑になる。その詳しい不安定条件は線形解析で既に計算済みである [Ji et al., 2001]。

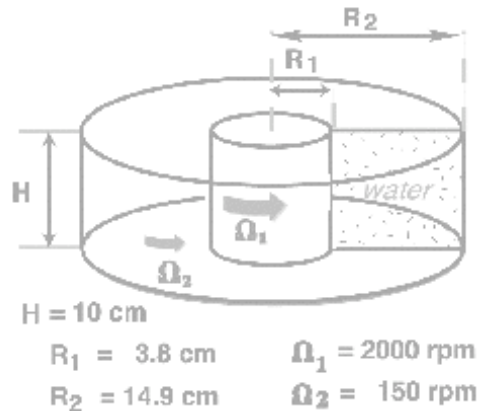
MRIの再現を目指したこの実験で行うべき手続きは比較的簡単なものである。まず、液体金属のガリウムを円筒状の容器に入れ、それを何らかの方法で「ぐるぐる」と回転運動させ、狙い通りの角速度シア分布を与える。そしてそこに外部から磁場をかける。磁場の強さと角速度シアが上で述べた線形不安定条件を満足すればMRIの発生を(世界で初めて)実験室で観測することが出来るわけである。

実験室で流体を回転させ、角速度シアを保つ方法として誰でも思い付くのは、有名なテラー＝クエットの系であろう。この系では二つの同軸円筒の間に流体を入れ、内側の円筒と外側の円筒を異なる角速度で回転させる。いまここでは仮に不安定性が何も起きないとして、粘性によって壁の回転運動は流体に伝えられるので、しばらく待てば中の流体は定常な回転運動状態に落ち着く。この回転流は Circular Couette 流と呼ばれ、二つの円筒の回転速度の値から一意に決まる。もちろん、二つの円筒の回転速度の与え方によっては、実際にはテラー＝クエット不安定性が起きて、このCircular Couette流は不安定となる。

液体金属を用いた我々のMRI実験においても、基本的にはテラー＝クエット型の2重円筒容器を用いる。そしてその内部にガリウムを入れ、内側と外側の二つの境界をモーターで回転させ、Circular Couette 流になったガリウムに外部コイルを使って磁場を印加する。我々が興味を持つ不安定性はMRIであって、テラー＝クエット不安定性ではないので、二つの円筒の回転速度はテラー＝クエット不安定性が起きないように、(だがMRIは起きるように。)うまく設定しなければならぬ。円筒の回転速度(つまりモーターの角速度)を理論通りの値に設定することはもちろん簡単なことではあるが、実際に内部の流体が狙った通りのCircular Couette 流になるかという、それが実は難しい。

ふつうテラー＝クエット系の理論解析では、高さ方向(円筒の軸方向)には周期境界条件を仮定する場合が多い。これは現実の実験では必ず存在するはずの円筒容器の上下端(つまり「蓋」と「底」)が内部の流れに及ぼす影響(end effectと呼ばれる)を無視することに相当する。実際のテラー＝クエット実験では、円筒を非常に長くとり、測定は円筒の両端から最も離れたまん中の位置近傍だけで行うことで、このend effectを避けることができる。我々もできればこのような「贅沢」な方法でend effectを避けたかったが、円筒をむやみに長くすると、それに応じて大量のガリウムが必要となってしまふ。ガリウムは高価なので、この方法は我々にとって実際上、実行不可能なのである。

つまり我々は、円筒容器を低くしたまま、つまりend effectの存在を受け入れた系で、内部の流体にMRIを起こすのに必要な適切な角速度シアをもつ回転運動を与えなければいけないわけである。そこでまず我々はそのような短いテラー＝クエット系のもとでの、水を使った準備実験を行うことにした。装置の図を次に示す。容器のアスペクト比  $H/(R2-R1)$  は1の程度である。ここで $H$ は円筒の高さ、 $R2$ は外側円筒の半径、 $R1$ は内側円筒の半径である。通常のテラー＝クエット実験と比べるとかなり(半径方向に)深い容器となっている。また、内側円筒の典型的な回転速度は2000rpm、外側円筒の回転速度は150rpmである。これもまた通常のテラー＝クエット実験と比べれば、かなりの高速回転と言える。



実験の結果、内部の流体は(end effectを無視した)Circular Couette流とは予想以上にかき離れた回転速度分布をもっていることがわかった。しかしながら、現在我々が利用できる流れの測定技術に制限があるため、内部の流れの様子をそれ以上詳しく知ることができなかった。そこで我々は、この系の数値シミュレーションを行うことにした。

今回開発したのは、2次元の流体シミュレーションコードである。座標系は円筒座標( $r, \theta, z$ )を用いる。アルゴリズムは、Stream function - Vorticity法を用いた。これは、速度ベクトル $V$ の3成分に対するNavier Stokes方程式の時間発展を直接解く代わりに、速度ベクトルの $\theta$ 成分と渦度ベクトルの $\theta$ 成分に対する時間発展を解くものである。渦度ベクトルの $\theta$ 成分から $V_r$ と $V_z$ に対するポテンシャル、つまりStream functionを求めることが出来る。空間方向には2次の差分法を用い、時間積分には4次のルンゲ=クッタ法を用いた。典型的なメッシュ数は $100 \times 100$ である。

このコードを用いたシミュレーションの結果、測定された流体の回転速度分布をほぼ再現することができた。もちろん、実際の水の粘性から計算されるレイノルズ数をそのまま使ったシミュレーションは不可能であるが、十分に大きなレイノルズ数(400から800程度以上)になれば、少なくとも回転速度の分布に関してはレイノルズ数にあまり依存しないことを確認した。

実験でも測定され、シミュレーションでも再現されたこの回転速度分布は、Circular Couette流とはかなり異なった流れである。シミュレーション結果を解析した結果、その原因は円筒容器内部に比較的強いポロイダル流( $V_r, V_z$ )が駆動されているためであることがわかった。このポロイダル流は円筒の上端と下端で駆動されている。これは回転流体にみられるエクマン層と本質的には同じ原因で駆動される流れであるが、完全に同じではない。通常のエクマン層は、剛体回転する容器の中で、それとは異なるがほぼ一様な角速度を持つ(つまりほぼ剛体回転する)流体において発生する境界層である。一方、我々の系の場合には、容器は剛体回転からは程遠く(上述のように外側円筒と内側円筒の角速度は10倍以上違う)、内部の流体も角速度一定というよりも、むしろ角運動量が一定の流れに近い。このような回転系における境界層については、これまであまり研究されていないようである。

この境界層では、通常のエクマン層と同様に上端と下端の境界層において内向き(半径 $r$ が負の方向)の流れが駆動される。その流れが内側円筒面に到達すると、上端に沿って流れていた流体は内側円筒面に沿って下向きに流れ、下端に沿って流れていた流体は上向きに流れる。そして両者がちょうどまん中の高さで衝突して今度は半径 $r$ が正の向きにジェット状に噴出する。このジェット状の流れの厚さはレイノルズ数が上がると薄くなる。これは高さ( $z$ )方向に流れが一様になるべしというテラー=プラウドマンの定理の反映であろう。

上で記述したようなポロイダル( $r, z$ )面内の循環流(ジェット流+境界層)の存在は、回転流体力学の一問題としては興味深い。MRIの検証実験を目指す我々には、このような循環流はむしろ邪魔で、可能な限り抑えなければならない。幸い、このシミュレーションを通じて、循環流の駆動機構を明確に把握できたので、それをほぼ完全に抑える方法を見出すこともできた。本講演の最後では、その手法と、そのアイディアに基づいた今後の実験計画についても述べる予定である。

下の図に示したのは、レイノルズ数(右上の数字)を変えたときのポロイダル( $r, z$ )面(四角形の領域)における流れの様子である。四角形の左の辺が内側円筒面、右の辺が外側円筒面に対応する。

