

解析力学 B 第 03 回レポート 解答例

まずは r 成分から。いつものように

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) = m\ddot{r}$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = m r \dot{\phi}^2 + e B_0 r \dot{\phi} - \frac{Qe}{r^2}$$

従って運動方程式は

$$\{m\ddot{r}\} - \left\{ m r \dot{\phi}^2 + e B_0 r \dot{\phi} - \frac{Qe}{r^2} \right\} = 0$$

つまり

$$\ddot{r} - r \dot{\phi}^2 - \frac{e B_0}{m} r \dot{\phi} + \frac{e Q}{m} \frac{1}{r^2} = 0$$

である。

次に ϕ 成分。これは循環座標だから簡単である。

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m r^2 \dot{\phi} + \frac{e B_0}{2} r^2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = \frac{d}{dt} \left(m r^2 \dot{\phi} + \frac{e B_0}{2} r^2 \right) = 2 m r \dot{r} \dot{\phi} + m r^2 \ddot{\phi} + e B_0 r \dot{r} = 0$$

少し整理すると

$$\ddot{\phi} + 2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{\phi} + \frac{e B_0}{m} \frac{\dot{r}}{r} = 0$$

となる。

まとめると、運動方程式は

$$\ddot{r} = r \dot{\phi}^2 + \frac{e B_0}{m} r \dot{\phi} - \frac{e Q}{m} \frac{1}{r^2}$$

$$\ddot{\phi} = -2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{\phi} - \frac{e B_0}{m} \frac{\dot{r}}{r}$$

なので、答えは

- (1) r
- (2) r
- (3) -2
- (4) -1