

2011 年度
卒業論文

圧縮モデルに基づく
太陽ダイナモシミュレーション

神戸大学工学部情報知能工学科

大野裕太

指導教員 政田洋平

陰山聡

2012 年 2 月 22 日

圧縮モデルに基づく太陽ダイナモシミュレーション

大野裕太

要旨

太陽ダイナモのシミュレーション研究を効率的に進めるためには、太陽内部のプラズマの運動速度と音速の間にある速度の隔たりを解消することが不可欠である。なぜなら、CFL 条件はシミュレーションの時間刻み幅 Δt を音速で制限するため、音速よりも桁違いに速度の遅いプラズマの運動を太陽ダイナモ機構にとって意味のある時刻まで追うためには、膨大な数の時間積分が必要になるからである。

本研究では、プラズマの運動速度と音速の間にある速度の隔たりを基礎方程式のレベルで解消し、シミュレーションの時間積分回数を緩和させるべく「修正定数 α 」を使った修正状態方程式を提案した。また、修正状態方程式を組み込んだ新しい太陽ダイナモシミュレーションコードを開発し、その有用性のテストを行った。

静水圧平衡の実験では、理想気体の状態方程式を使用したモデルと同様、修正状態方程式を使用したテストモデルでも、十分な時間にわたって静水圧平衡状態を保つことができることを確認した。また、シミュレーションの時間刻み幅 Δt が、解析的な式から想定した通り、 $\Delta t \propto \alpha^{-1/2}$ で変化していることも確認した。

対流の実験では、修正状態方程式を用いたテストモデルで太陽内部の対流が駆動されることを確認した。また、 α を減少させることで、シミュレーションの時間刻み幅 Δt が大きくなることを確認した。対流セルの構造などの定性的な特徴は、理想気体の状態方程式を用いたモデルとほぼ同じであったが、対流速度については二つのモデルの間に 1 桁近い差が見られた。

二つのモデルの間に生じたこの対流速度の差は、修正状態方程式を使った太陽大気モデルを構築した際に、重力に加えた修正定数 α の影響である可能性がある。今後はより長時間かつ高精度の対流実験で、対流を準定常状態まで追うことで、修正状態方程式の妥当性をより定量的に検証する必要がある。

目次

1	序論	1
1.1	太陽活動と地球気候	1
1.2	太陽ダイナモとMHD方程式	1
1.3	太陽ダイナモシミュレーションの問題点	7
2	Yin-Yang 格子 MHD コード	9
2.1	Yin-Yang 格子	9
2.1.1	Yin-Yang 格子の座標変換	9
2.1.2	ベクトル変換	11
2.2	MHD 方程式	12
3	修正状態方程式を用いた太陽ダイナモシミュレーションの初期条件	14
3.1	修正状態方程式	14
3.2	修正状態方程式を使った太陽内部構造モデル	16
3.3	太陽の表面温度の設定	18
4	修正状態方程式を用いた Yin-Yang 格子 MHD コードのテスト	22
4.1	テスト 1: 静水圧平衡	22
4.2	テスト 2: 対流	29
4.3	数値実験のまとめと考察	35
5	全体のまとめと今後について	36
6	謝辞	37
	謝辞	37
	参考文献	37

1 序論

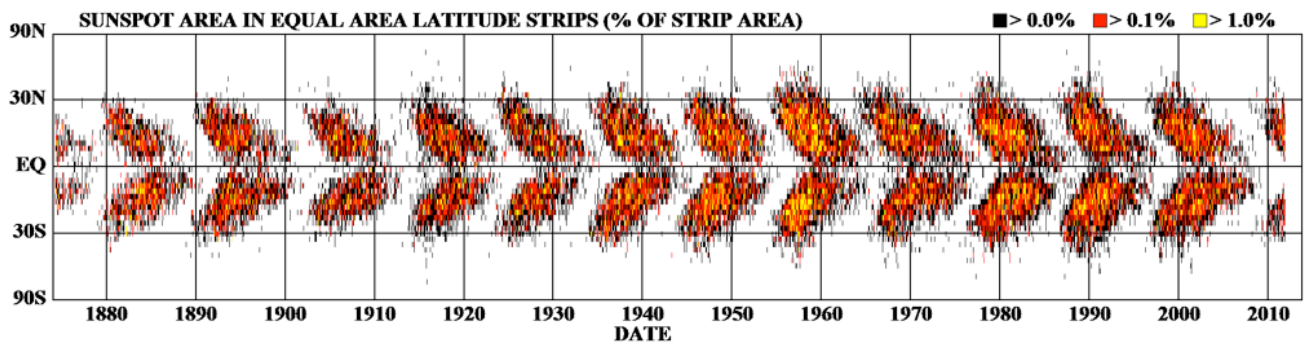
1.1 太陽活動と地球気候

地球の気候変動の最大の外的要因は太陽活動である。地球大気が太陽から受けとる熱エネルギーの総量はおおよそ 200 [PW] (ペタワット: $1 \text{ [PW]} = 10^{15} \text{ [W]}$) $\times 1 \text{ m}^2$ あたりに換算すると $350 \text{ [W/m}^2\text{]}$ であり、人類が化石燃料を使用することで発生するエネルギー約 10 [TW] (テラワット: $1 \text{ [TW]} = 10^{12} \text{ [W]}$) と比べても、その大きさが桁違いであることがわかる。太陽から地球に降り注ぐエネルギーの一部は大気や雲によって宇宙空間に反射されるため、地球気候が完全に太陽放射のみに依存して決まるというわけではない。しかし、中世ヨーロッパの気候 [小氷期 (14 世紀半ばから 19 世紀半ば) や温暖期 (10 世紀–14 世紀にかけて)] と太陽活動との相関が示唆するように、地球の気候史や将来の中長期的な地球気候の変動を考える上で、太陽活動とその地球への影響は無視することのできない極めて重要な要素である。

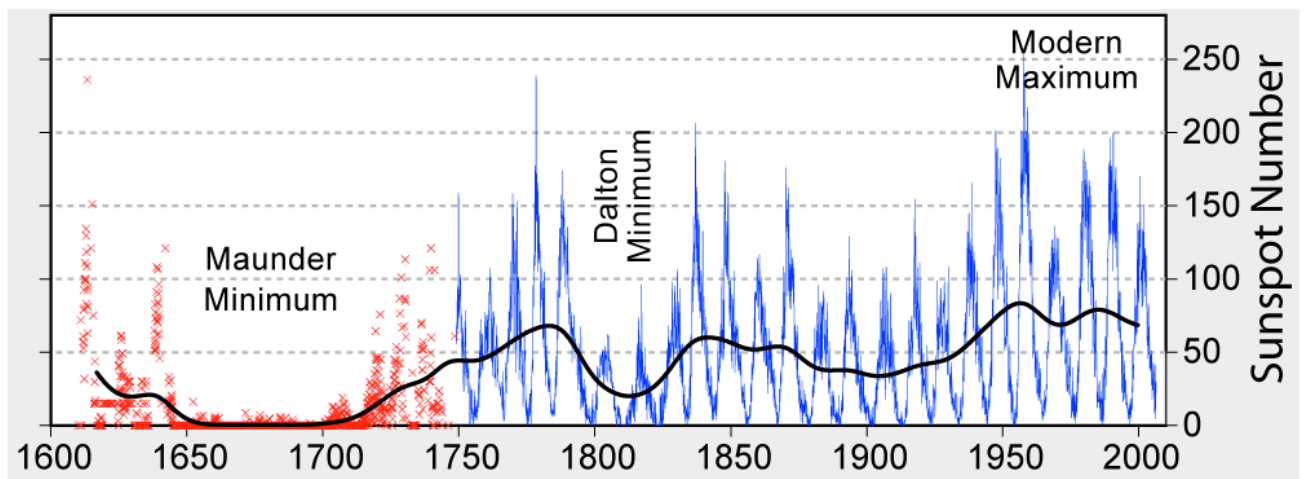
図 1.1 に太陽黒点数の変動史を示す。図 (a) が黒点数の 11 年周期に注目したものであり [NASA, Marshall Space Flight Center, Solar Physics より]、図 (b) が過去 400 年間の長期変動に注目したものである [Global Warming Art より]。太陽の活動性の源は磁場 (磁気エネルギー) であることが知られている。太陽表面に注入された磁気エネルギーが爆発的に解放されることで、太陽フレアなどの爆発現象が駆動される。実は黒点は太陽表面に出現した磁場であり、その数が太陽表面に蓄えられた磁気エネルギーの総量の指標になっている。図 1.1(b) の黒点数がほぼゼロになっている 1645 年から 1715 年の期間はマウンダー極小期と呼ばれ、この時期、ヨーロッパや北米大陸が寒冷化していたことが様々な研究からわかっている。このように太陽活動と地球の気候史の関係についての理解が近年急速に深まりつつあるが、太陽の活動性の原因である磁場の起源、すなわち太陽ダイナモ機構については未だに多くの謎が残されている。

1.2 太陽ダイナモと MHD 方程式

太陽の組成は主に水素であり、高温・高圧の太陽内部は完全電離プラズマ状態になっている。太陽の内部構造の模式図を図 1.2(参考文献 [1]) に、太陽の物理パラメータを表 1.1(参考文献 [2]) にまとめる。太陽半径は $R_{\odot} = 6.9 \times 10^8 \text{ [m]}$ で、そのうち対流層が占める割合は外側の約 30 %、残りの 70 %を放射層が担っている。対流によって熱が輸送される対流層とは異なり、対流安定な放射層では放射拡散によって熱が輸送される。黒点を代表とする太陽の磁場は、太陽内部のプラ



(a) The Butterfly Diagram



(b) 400 Years of Sunspot Observations

Fig. 1.1: Fluctuation History of Sunspot Number

ズマの流れと磁場の相互作用によって増幅・維持されると考えられているが、具体的な磁場増幅過程（太陽ダイナモ過程）の描像は未だに確立されていない。

太陽同様、地球にも磁場（地磁気）が存在することが知られている。太陽と地球のダイナモ領域のパラメータ比較を表 1.2 に示す。この表からわかるように、太陽と地球の最大の違いは Rossby 数と対流層の厚みにある。また地球は内核が固体コアであるのに対し、太陽の内層は対流安定プラズマ（放射層）である点も大きな違いの一つであろう。実際に観測されている磁場も、太陽と地球ではその様相が大きく異なる。双極子磁場が卓越した構造を持つ地球に対し、太陽磁場は黒点や活動領域等の局在化した磁場成分が大局的な双極成分より卓越した構造になっており、図 1.3 に示すように多くの場合単純な双極子では近似できない。太陽と地球だけでなく、他の惑星や恒星のダイナモ機構の違いを明らかにすることも、ダイナモ研究の課題である。

太陽内部のプラズマの流れと磁場の相互作用は磁気流体力学 (Magnetohydrodynamics:MHD) 方程式で記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} + p \nabla \cdot \mathbf{v} = \eta |\mathbf{J}|^2 + \Phi, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -c \nabla \times (\eta \mathbf{J}), \quad (4)$$

ここで、 ρ は質量密度、 P は圧力、 $\mathbf{v}$ は速度場、 $\mathbf{B}$ は磁場、 $\mathbf{J}$ は電流密度、 $\mathbf{g}$ は重力、 e は内部エネルギー、 η は磁気拡散係数、 Φ は粘性加熱項、 c は光速を表す。MHD 方程式は 8 変数の非線形連立偏微分方程式であり、紙と鉛筆で解析解を求めることは現状では不可能である。このような解析解を求めることのできない複雑な問題に対して威力を発揮するのがシミュレーションである。太陽内部のプラズマの運動と磁場との相互作用を理解し、太陽ダイナモ機構を解明するためには、スーパーコンピュータを使った太陽ダイナモシミュレーション研究が不可欠である。

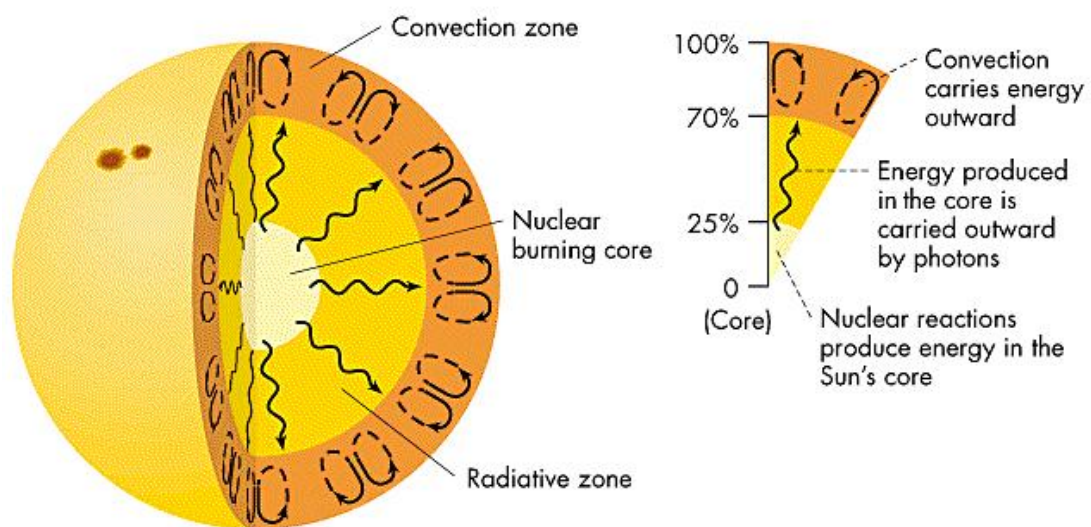


Fig. 1.2: Internal Structure of the Sun

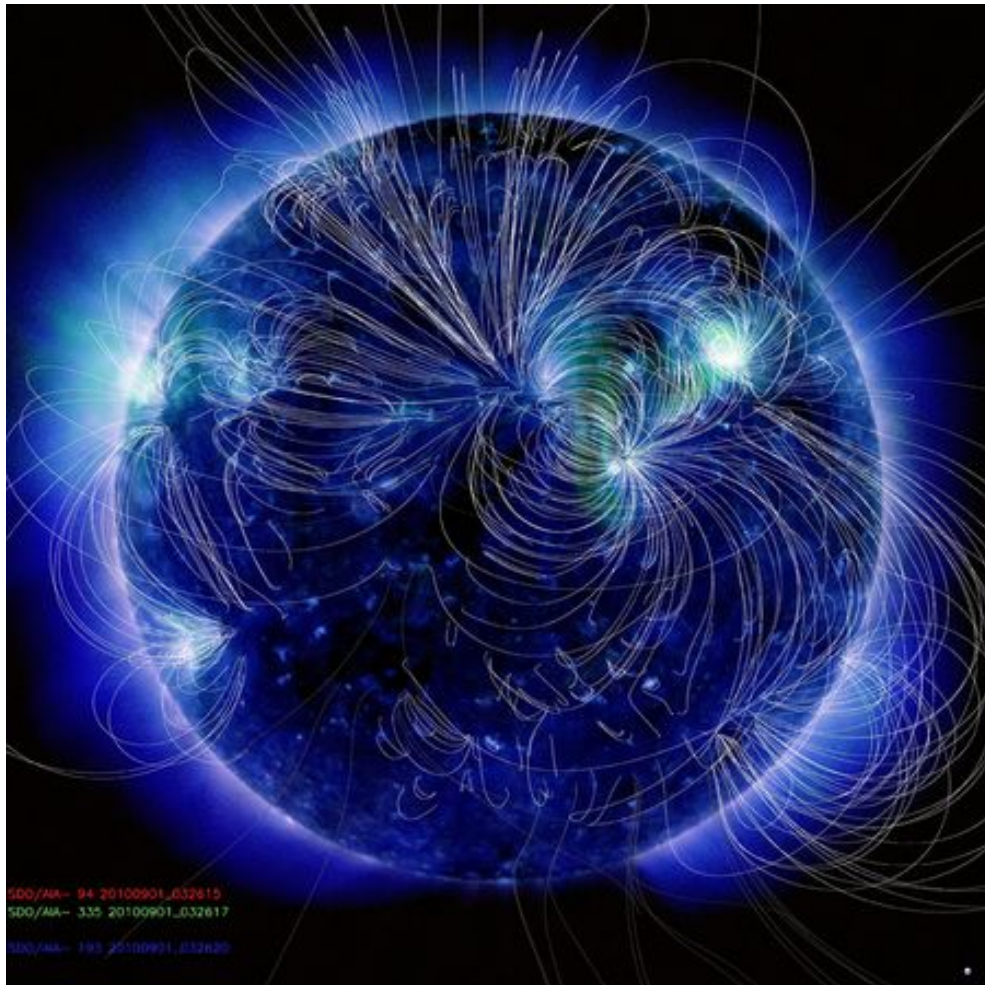


Fig. 1.3: Magnetic field lines of the Sun [Courtesy SOD/NASA]

Table. 1.1: Physical Parameters of the Sun

	Description	Units	Radiative Interior	Conv. Zone Base	Mid Conv. Zone	Upper Conv. Zone
r/R_{sun}	Fractional Radius		0.68	0.713	0.85	0.999
ρ	Density	kg/m ³	250	190	54	5.1×10^{-4}
T	Temperature	K	2.5×10^6	2.2×10^6	9.6×10^5	1.1×10^4
P	Pressure	N/m ²	8.4×10^{12}	5.7×10^{12}	7.0×10^{11}	4.0×10^4
$\partial S/\partial r$	Radial Entropy Gradient	J/K/kg/m	7.7×10^{-5}	0	-7×10^{-10}	-0.032
H_P	Pressure Scale Height	Mm	59	57	35	0.39
H_ρ	Density Scale Height	Mm	81	95	58	0.29
κ	Thermal Diffusivity	m ² /sec	1.3×10^3	1.2×10^3	3.2×10^2	7.8×10^5
ν	Kinematic Viscosity	m ² /sec	16×10^{-4}	15×10^{-4}	6.7×10^{-4}	10×10^{-4}
η	Magnetic Diffusivity	m ² /sec	2	2.5	8.5	6.9×10^3
U	Velocity Scale	m/sec	0.1	50	100	2000
Ma	Mach Number		4×10^{-7}	2×10^{-4}	7×10^{-4}	0.2
Re	Reynolds Number		6×10^8	3×10^{11}	1×10^{13}	2×10^{12}
Rm	Magnetic Reynolds Number		5×10^5	2×10^8	1×10^9	3×10^5
Pr	Prandtl Number		1×10^{-6}	1×10^{-6}	2×10^{-6}	3×10^{-8}
Pm	Magnetic Prandtl Number		8×10^{-4}	6×10^{-4}	8×10^{-5}	1×10^{-7}
Ro	Rossby Number		2×10^{-3}	0.9	0.2	400

Table. 1.2: Comparison of physical parameters for the Sun and Earth

	Earth (Outer Core: Liquid Iron)	Sun (From Middle to Bottom Conv. Zone)
Radius Ratio	0.35 Outer Core/(Outer Core+Inner Core)	0.7 Conv. Zone / R_{sun}
Rossby Number	$O(10^{-6})$	0.1 - 1.0
Reynolds Number	10^9	$10^{11} - 10^{13}$
Magnetic Reynolds Number	10^2	$10^8 - 10^9$
Prandtl Number	10^{-1}	10^{-6}
Magnetic Prandtl Number	10^{-7}	$10^{-3} - 10^{-4}$

As the parameter of the Earth's outer core, we adopt the velocity $U = 2 \times 10^{-4}$ [m], the radius $R = 3.5 \times 10^6$ [m], the angular velocity ratio $\Omega = 7.29 \times 10^{-5}$ [rad/sec], the kinematic viscosity $\nu = 10^{-6}$ [m²/sec], the magnetic diffusivity $\eta = 2.0$ [m²/sec], the thermal diffusivity $\kappa = 5.0 \times 10^{-6}$ [m²/sec] here.

1.3 太陽ダイナモシミュレーションの問題点

MHD 方程式を陽的に離散化する際、時間刻み幅に対する上限を与えるのが、以下の CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy condition) である (参考文献 [3]) :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C_s}, \quad (5)$$

ここで C_s は音速、 Δt は計算の時間刻み幅、 Δx は計算格子の幅である。これはシミュレーションにおいて「情報が伝播する時間」を「波や物理量が実際に伝搬する時間」よりも短くしなければならないという制約からくる条件である。この条件を破ると数値発散が生じ、物理的に意味のない解しか得られない。

太陽ダイナモ研究のボトルネックになっているのがこの CFL 条件である。表 1.1 に示したように、太陽内部のプラズマの流速は音速に比べて桁違いに小さい (3 桁 ~ 4 桁)。CFL 条件は (MHD) 流体シミュレーションの時間刻み幅を音速で制限するため、音速よりも桁違いに速度の遅いプラズマの運動を物理的に意味のある時刻まで追うためには、膨大な数の時間積分が必要になる。現状ではどんなに高性能な計算機を持ってしても、圧縮性 MHD 方程式の下では現実的な太陽ダイナモ計算は実現不可能である。太陽ダイナモのシミュレーション研究を進めるためには、プラズマの流速と音波の間に横たわる数桁の速度の隔たりを解消する必要がある。

本研究では、その速度の隔たりを解消し、シミュレーションの時間積分回数を緩和させるために修正定数 α を使った修正状態方程式を提案する。また、修正状態方程式を組み込んだ新しい太陽ダイナモシミュレーションコードを開発し、二つの数値実験を通してその有用性のテストを行った。

2 Yin-Yang 格子 MHD コード

2.1 Yin-Yang 格子

本シミュレーション研究の研究対象である太陽を空間的に離散化するために半径 r 、余緯度 θ 、経度 ϕ による球座標格子を考える。しかし、球座標格子には格子間隔の極端な不均一性が存在し、余緯度が 0 度もしくは 180 度の点の近傍において、格子点の分布が非常に密になるという問題点がある。つまり、シミュレーションを行う際、格子間隔が過度に集中する極近傍において計算コストが膨大になるのである。

上記の球座標格子の欠点を解消するために、球座標で格子間隔の分布がほぼ均一となる部分を抜き出す。つまり、余緯度 θ が $\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$ 、かつ経度 ϕ が $-3\pi/4 \leq \phi \leq 3\pi/4$ の格子部分である。この格子部分と、それと対になる格子をそれぞれ Yin と Yang、合わせて Yin-Yang 格子 (図 2.1: 参考文献 [4]) と呼ぶ。

Yin 領域を球座標系と同じ r 、 θ 、 ϕ を用いて定義する。Yang 領域は球座標系を回転させた座標系になるので Yin 領域と Yang 領域では θ と ϕ の定義が異なる。半径 r については両領域で同じ定義である。

2.1.1 Yin-Yang 格子の座標変換

カーテシアン座標系で Yin 座標と Yang 座標を示すと、

$$(x^c, y^c, z^c) = (x^e, y^e, z^e) = (-x^n, z^n, y^n), \quad (6)$$

となる。ここで、 (x^c, y^c, z^c) は球座標系のカーテシアン座標、 (x^e, y^e, z^e) は Yin 座標系のカーテシアン座標、 (x^n, y^n, z^n) は Yang 座標系のカーテシアン座標である。行列形式で書くと、

$$\begin{pmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \end{pmatrix}, \quad (7)$$

ここで、

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

となる。また、 $M^{-1} = M$ である。

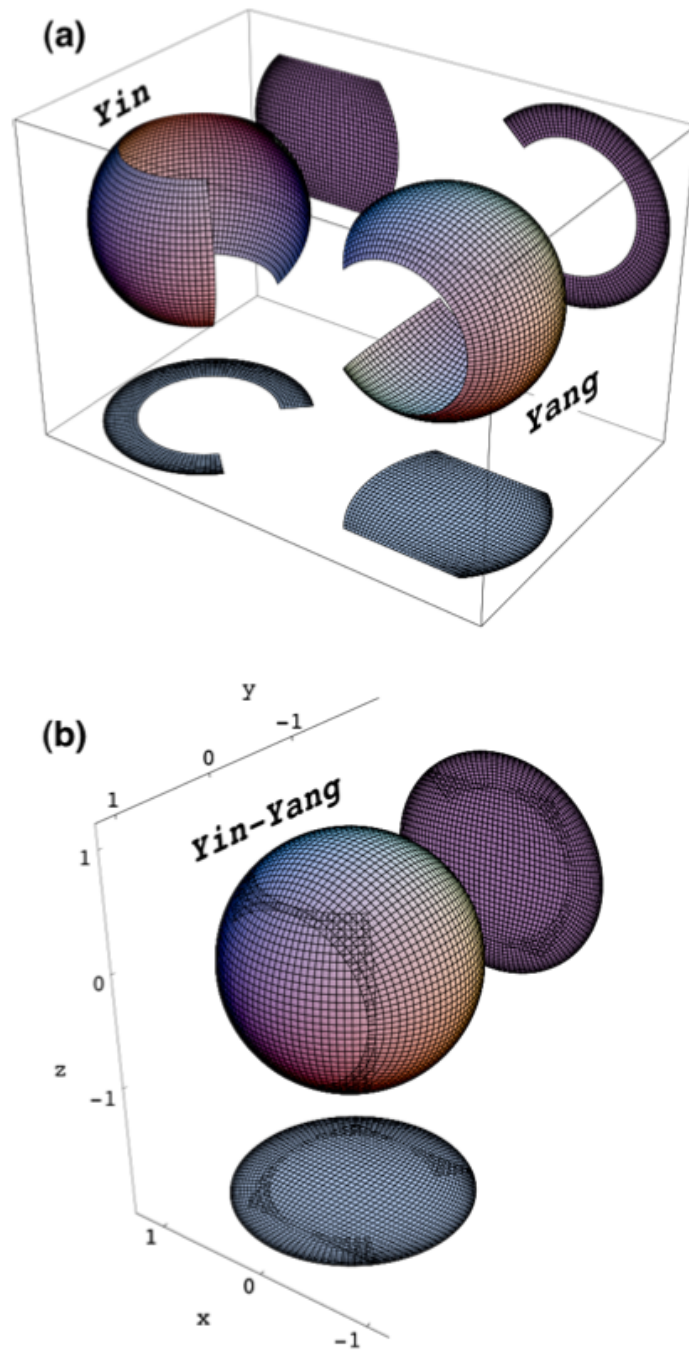


Fig. 2.1: Yin-Yang Grid : Reference[4]

式 (6) から、Yin-Yang 座標を球座標系で表すと、

$$r^e = r^n, \quad (9)$$

$$\sin \theta^e \cos \phi^e = -\sin \theta^n \cos \phi^n, \quad (10)$$

$$\sin \theta^e \sin \phi^e = \cos \theta^n, \quad (11)$$

$$\cos \theta^e = \sin \theta^n \sin \phi^n, \quad (12)$$

となる。添字の e と n はカーテシアン座標の場合と同様、それぞれ Yin 座標と Yang 座標を意味する。

2.1.2 ベクトル変換

Yin-Yang 座標系は全座標を Yin 格子と Yang 格子の二つの部位にわけ、二つの座標の境界で座標データを補間する必要が生じる。スカラー値の補間は単純であるが、ベクトル場の補間は工夫が必要である。なぜなら、式 (6), (9)-(12) より r 方向のベクトルは変わらないが、回転の影響で θ 方向、 ϕ 方向のベクトルが複雑になるためである。Yin 座標上のベクトルを $v_r^n, v_\theta^n, v_\phi^n$ 、Yang 座標上のベクトルを $v_r^e, v_\theta^e, v_\phi^e$ と表し、Ying 座標から Yang 座標への回転角を ψ とすると、ベクトル変換は、

$$\begin{pmatrix} v_r^n \\ v_\theta^n \\ v_\phi^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r^e \\ v_\theta^e \\ v_\phi^e \end{pmatrix}, \quad (13)$$

と表すことができる。ここで、

$$\cos \psi = -\sin \phi^e \sin \phi^n, \quad (14)$$

$$\sin \psi = \frac{\cos \phi^n}{\sin \theta^e}, \quad (15)$$

である (参考文献 [4])。

式 (13)-(15) から、変換座標 P を用いて、

$$\begin{pmatrix} v_r^n \\ v_\theta^n \\ v_\phi^n \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} v_r^e \\ v_\theta^e \\ v_\phi^e \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi^e \sin \phi^n & -\cos \phi^n / \sin \theta^e \\ 0 & \cos \phi^n / \sin \theta^e & -\sin \phi^e \sin \phi^n \end{pmatrix}, \quad (17)$$

となる。また、Yin 座標と Yang 座標は対称性を持っており、式 (17) の添字を入れ替えて、

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi^n \sin \phi^e & -\cos \phi^e / \sin \theta^n \\ 0 & \cos \phi^e / \sin \theta^n & -\sin \phi^n \sin \phi^e \end{pmatrix}, \quad (18)$$

と表すことができる。Yin 格子と Yang 格子の間でベクトル場の補間をする際にはこの P を使用すればよい。

2.2 MHD 方程式

本研究では 2.1 で導入した Yin-Yang 格子上で MHD 方程式を解き、太陽ダイナモのシミュレーションを行う。シミュレーションでは次の正規化された MHD 方程式を数値的に解く。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{f}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = & -\nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{f}) - \nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} + 2\rho \mathbf{v} \times \Omega \\ & + \mu \left[\nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1) K \nabla - 2T + (\gamma - 1) \eta \mathbf{j}^2 + (\gamma - 1) \Phi, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mathbf{E}, \quad (22)$$

where

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (23)$$

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}, \quad (24)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j}, \quad (25)$$

$$p = c_v (\gamma - 1) \rho T, \quad (26)$$

$$\mathbf{g} = -GM/r^2 \hat{\mathbf{r}}, \quad (27)$$

$$\Phi = 2\mu(\epsilon \cdot \epsilon - (\nabla \cdot \mathbf{v})^2/3), \quad (28)$$

式 (19)-式 (22) はそれぞれ、連続の式、運動方程式、エネルギー式、誘導方程式であり、式 (26) は理想気体の状態方程式である。ここで、 ρ は質量密度、 p は圧力、 $\mathbf{f}$ は質量流束、 $\mathbf{A}$ は磁場ベクトルポテンシャルであり、これらがシミュレーションの基本場である。また、 $\mathbf{B}$ は磁場、 $\mathbf{j}$ は電流密度、 $\mathbf{E}$ は電場、 γ は比熱比、 μ

は粘性係数、 K は熱伝導率、 η は磁気拡散率、 g は重力、 G は重力加速度、 M は星の質量を表す。

本研究の数値実験で用いた Yin-Yang 格子を使ったダイナモシミュレーションコードでは、上記 MHD 方程式の空間微分を二次精度中心差分法で離散化している。また、時間積分には、四次のルンゲ・クッタ・ジル法を用いた。

3 修正状態方程式を用いた太陽ダイナモシミュレーションの初期条件

本研究の最大の特徴は、太陽ダイナモシミュレーションの時間刻み幅 Δt の上限 (CFL 条件) を緩和するために、修正状態方程式を導入する点である。修正状態方程式を用いて音速を物理無矛盾に小さく設定することで、音速と対流速度の間にある 3~4 桁の速度ギャップを埋めることを試みる。

3.1 で理想気体の状態方程式と修正状態方程式についてまとめ、3.2 で修正状態方程式を用いた太陽ダイナモシミュレーションの初期条件を導出する。

3.1 修正状態方程式

理想気体の状態方程式は、

$$p = c_v(\gamma - 1)\rho T, \quad (29)$$

である。 γ は比熱比 ($\gamma = c_p/c_v$) であり、 c_v 、 c_p はそれぞれ定積比熱、定圧比熱である。まず、この式から音速を導出する (参考文献 [5])。

ある時刻下で流体は一様で静止した状態にあったとし、その時の速度を $v_0 = 0$ 、圧力を p_0 、密度を ρ_0 とする。この流体に微小な変動 (速度 v_1 、圧力 p_1 、密度 ρ_1) を加えると、これらの物理量は、

$$v(t) = v_1(t), \quad (30)$$

$$p(t) = p_0 + p_1(t), \quad (31)$$

$$\rho(t) = \rho_0 + \rho_1(t), \quad (32)$$

と書ける。この時、連続の式は、

$$\frac{\partial(\rho_0 + \rho_1)}{\partial t} + \nabla(\rho_0 + \rho_1)v_1 = 0, \quad (33)$$

$$\iff \frac{\partial\rho_0}{\partial t} + \frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \nabla(\rho_0 v_1 + \rho_1 v_1) = 0, \quad (34)$$

となる。ここで、 ρ_0 は時間的に変化しないため $\partial\rho_0/\partial t = 0$ であり、 $\rho_1 v_1$ は二次の微小量のため無視すると、

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla v_1 = 0, \quad (35)$$

と線形化できる。

次に運動方程式を考えると、

$$(\rho_0 + \rho_1) \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} + (v_1 \nabla) v_1 \right] = -\nabla(p_0 + p_1), \quad (36)$$

と書き表すことができる。ここで $(v_1 \nabla) v_1$ は二次の微小量のため無視することができるので、

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho_1} \nabla(p_0 + p_1), \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{1}{1 + \rho_1/\rho_0} \nabla(p_0 + p_1), \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) \nabla(p_0 + p_1), \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla(p_0 + p_1) + \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \nabla(p_0 + p_1), \end{aligned} \quad (37)$$

となる。ここで $\nabla p_0 = 0$ より、

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1 + \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \nabla p_1, \quad (38)$$

また、 $\rho_1 \nabla p_1$ は微小量の二次の量であるため、結局、

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1, \quad (39)$$

となる。

一方、熱力学の方程式より断熱変化の場合、温度の Lagrange 微分は、

$$c_v \frac{DT}{Dt} + p \frac{D}{DT} \left(\frac{1}{\rho} \right) = 0, \quad (40)$$

と表すことができる。この式を理想気体の状態方程式 [式 (29)] を用いて変形すると、

$$\begin{aligned} \frac{c_v}{p} \frac{Dp}{Dt} - \frac{c_p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} &= 0, \\ \Longleftrightarrow \frac{c_v}{p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{c_p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \quad (41)$$

となる。一方、式 (39) の発散をとると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla v_1 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p_1, \quad (42)$$

となり、連続の式 [式 (35)] を代入して以下の式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \nabla^2 p_1, \quad (43)$$

この式に式 (41) を代入して、

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{c_p}{c_v} \frac{p_0}{\rho_0} \nabla^2 p_1, \quad (44)$$

圧力の摂動 p_1 に関する波動方程式が得られる。伝搬速度 v_s の物理量 Ψ の伝播を表す波動方程式は、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi = v_s^2 \nabla^2 \Psi, \quad (45)$$

と表すことができるので、式 (44) より流体の摂動が伝わる速度、音速 v_s は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} v_s &= \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}, \\ &= \sqrt{c_p (\gamma - 1) T}, \end{aligned} \quad (46)$$

これが理想気体の状態方程式を用いた場合に導出される音速である。

次に本研究で用いる修正状態方程式を考える。修正状態方程式は、理想気体の状態方程式 [式 (29)] の右辺に修正定数 α をかけたもので、

$$p = \alpha c_v (\gamma - 1) \rho T, \quad (47)$$

と表すことができる。ここで α は定数で、今の場合 1 以下の値に設定する。 $\alpha = 1$ の時、式 (29) の理想気体の状態方程式と等価であることに注意されたい。この式から音速を式 (29)-(46) と同様にして導出すると、

$$v_{\text{sm}} = \sqrt{\alpha c_p (\gamma - 1) \rho T}, \quad (48)$$

となる。 α を 1 より小さい値に設定すると、理想気体の状態方程式から求めた音速 [式 (46)] より修正音速を小さくとることができる。これにより、CFL 条件 [式 (5)] で決まる時間刻み幅 Δt の上限を緩和することができると考えられる。式 (48) から時間刻み幅 Δt は $\alpha^{-1/2}$ に比例して増大することが期待される。

3.2 修正状態方程式を使った太陽内部構造モデル

本研究では、太陽内部をポリトロップ気体でモデル化し、修正状態方程式を用いて静水圧平衡を満たす温度 T 、圧力 p 、密度 ρ の分布を設定することで、太陽ダイナモシミュレーションの初期条件を構築する (参考文献 [6])。

本研究でモデル化する領域は、0.6 太陽半径から 0.7 太陽半径までの放射層と 0.7 太陽半径から 1.0 太陽半径までの対流層である。ここで R を 1.0 太陽半径とし、 $(r_1, r_2, r_3) = (0.6, 0.7, 1.0)R$ と定義する。

ポリトロップガスを仮定し、式 (47) の修正状態方程式を用いると、静水圧平衡より温度 T の初期条件は、

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{|g|}{\alpha c_v(\gamma - 1)(m + 1)}, \quad (49)$$

となる。ここで、 m はポリトロップ指数であり、放射層では 3、対流層では 1 に設定した。また、 g は重力であり、修正状態方程式を用いた時、

$$\mathbf{g} = -\frac{GM\alpha}{r^2}\hat{\mathbf{r}}, \quad (50)$$

と表される。ここで、 G は重力加速度、 M は太陽の質量である。以降、 $g = |g|$ と表す。修正状態方程式によって重力にも修正が加わることで、式 (49) の温度分布は実質的に α に依存しない形になることに注目して頂きたい。 α にどんな値を設定しても、理想気体の状態方程式を使って求めた温度分布と同じになることが、修正状態方程式を用いる最大の利点である。

一方、密度 ρ の初期条件は、静水圧平衡の式、

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho g, \quad (51)$$

と修正状態方程式 [式 (47)] から、

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\partial [\alpha c_v(\gamma - 1)\rho T]}{\partial r} = -\rho g, \\ \iff [\alpha c_v(\gamma - 1)] \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} T + \rho \frac{\partial T}{\partial r} \right) &= -\rho g, \\ \iff \frac{\partial \rho}{\partial r} &= \frac{\rho g}{\alpha c_v(\gamma - 1)T} - \frac{\rho}{T} \frac{\partial T}{\partial r}, \end{aligned} \quad (52)$$

ここで $\partial T / \partial r$ は式 (49) を用いて、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial r} &= -\frac{\rho g}{\alpha c_v(\gamma - 1)} + \frac{\rho g}{\alpha c_v(\gamma - 1)(m + 1)T}, \\ &= -\frac{\rho g}{\alpha c_v(\gamma - 1)T} \left(\frac{m}{m + 1} \right), \end{aligned} \quad (53)$$

と求められる。 g は式 (50) で求めた重力であり修正定数 α がかかる。よって、この式から密度分布も、温度 T と同様に α によらず、理想気体の状態方程式と同じ分布になることがわかる。

圧力 p の初期条件は、修正状態方程式 [式 (47)] に温度 T と密度 ρ を代入して求める。

上で求めた圧力 p 、密度 ρ 、温度 T の初期条件を図 3.1- 3.2 に図示する。図 3.1 の赤線が温度分布、緑と青線はそれぞれ密度と圧力の分布である。また、図 3.2(a)-3.2(c) は Yin 格子上的物理量の初期分布を三次元的に可視化したものである。太陽内部は内側ほど温度、密度、圧力ともに高い分布になっている。図 3.1 の $r = 0.7$ 付近で各物理量が不連続に見えるのはポリトロップ指数 m の値が不連続になっているためである。ポリトロップ指数 m を $r = 0.7$ 付近で連続的に変化させた初期条件については本研究室の政田助教らが現在開発を進めている。

3.3 太陽の表面温度の設定

本シミュレーションでは、太陽の初期温度分布を温度勾配の式 (49) を用いて設定する。温度分布は表面温度 T_{top} から積分計算をして求める。今回のシミュレーションでは、

$$\xi = \frac{c_v(\gamma - 1)T_{\text{top}}}{GM/R}, \quad (54)$$

を用いて T_{top} を設定した。ここで、 ξ は表面の熱エネルギーと重力エネルギーの比で、無次元パラメータである。以下のテスト計算では $\xi = 0.084$ を用いる。

表面温度 T_{top} を変えることで、温度勾配の変化の様子を確かめた。表面温度 T_{top} を 1 倍、0.25 倍、0.1 倍、0.05 倍、0.01 倍として、初期温度分布の変化を調べた結果を図 3.3 に示す。図から表面温度を小さく設定すると、0.9 太陽半径を超えた辺りで温度勾配が急になることがわかる。現実の太陽は、以下のテスト計算で用いた T_{top} の 0.01 倍の値を表面温度に設定した温度分布に近い状態になっていると考えられており、より現実的な温度分布を使ったシミュレーションを進めることも今後の課題の一つである。

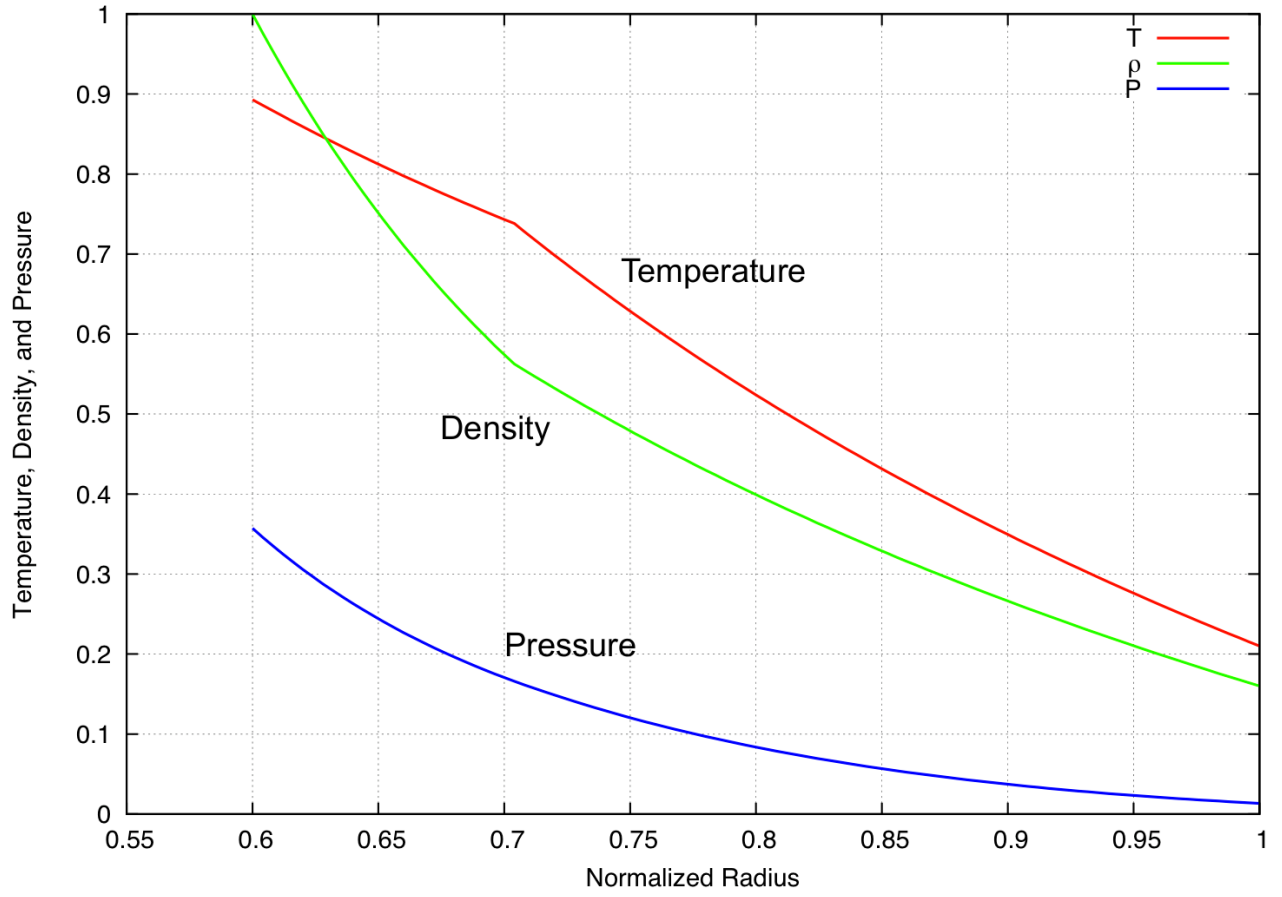
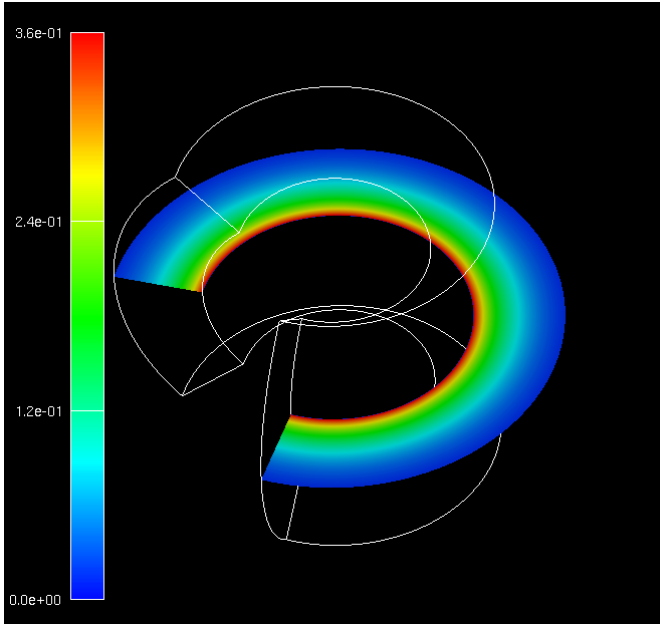
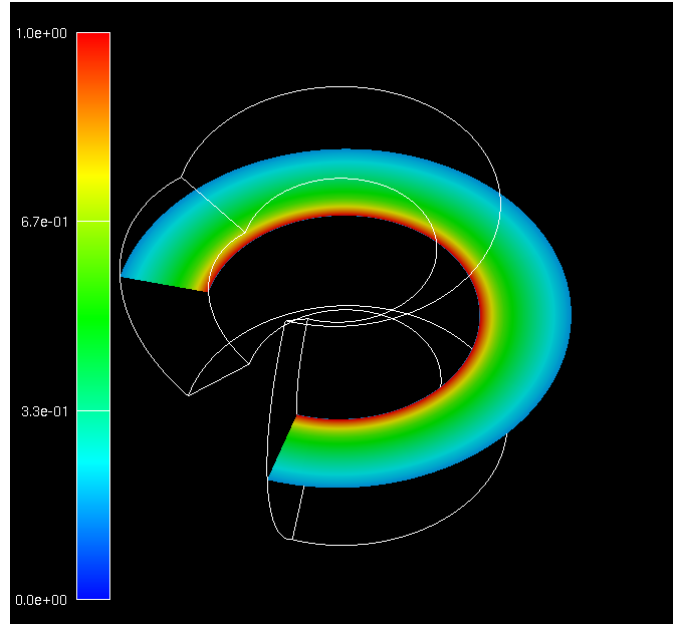


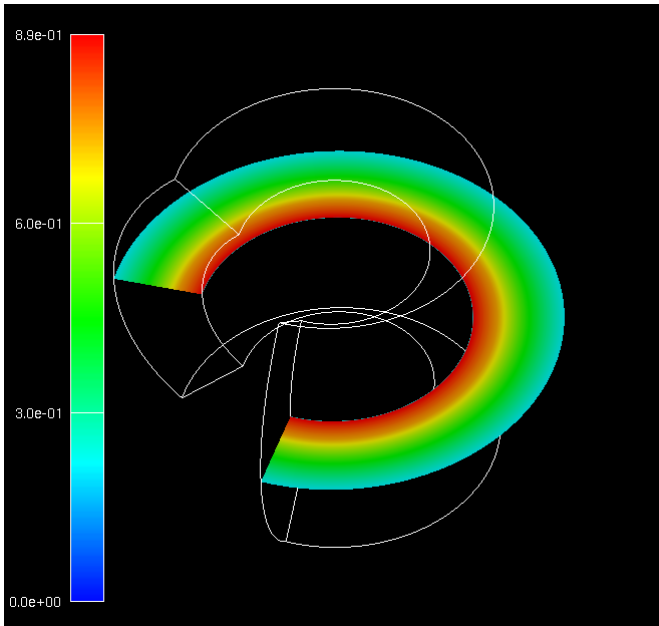
Fig. 3.1: Initial setting modelling the Solar Interior : Pressure p , Density ρ , Temperature T



(a) Pressure p



(b) Density ρ



(c) Temperature T

Fig. 3.2: 3D-Visualization of Initial Condition for the Solar Interior (Yin-Grid)

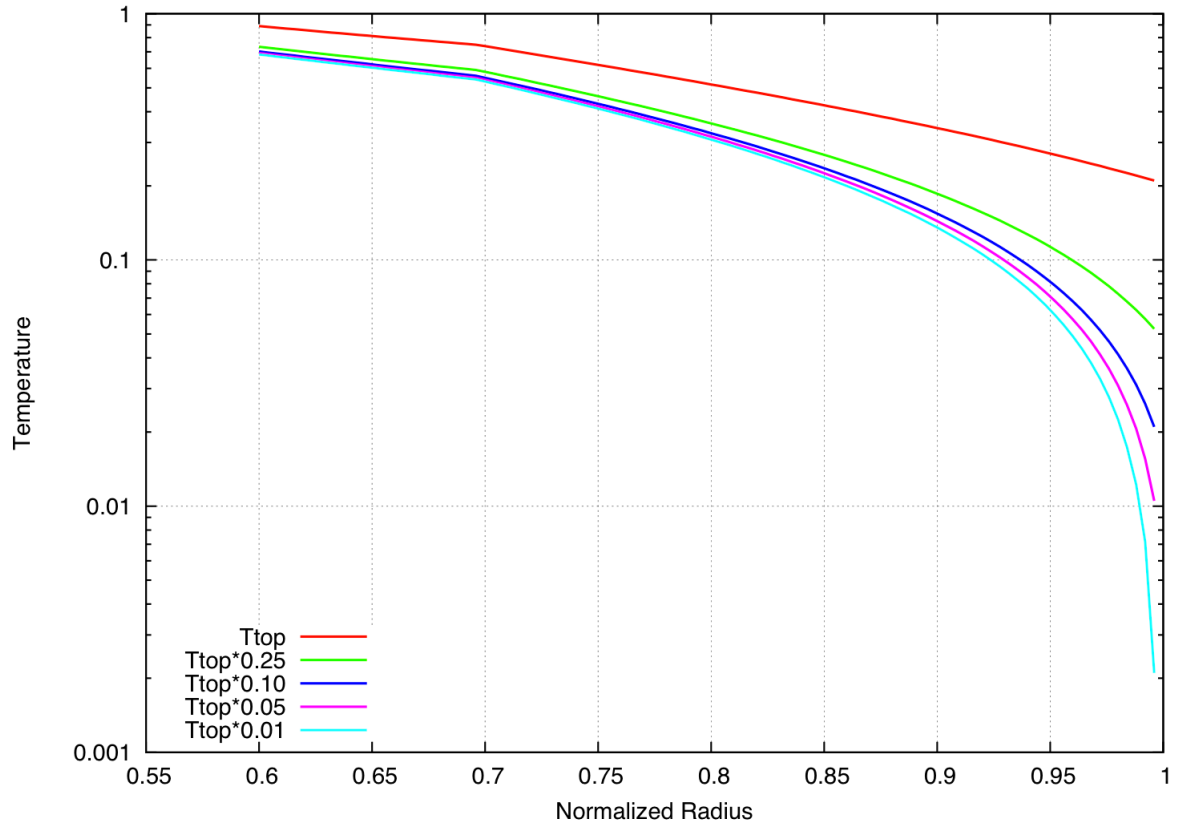


Fig. 3.3: Temperature distributions of the polytrope models with the different surface temperature

4 修正状態方程式を用いた Yin-Yang 格子 MHD コードのテスト

3章で新たに導入した修正状態方程式を当研究室の陰山教授が開発した Yin-Yang 格子 MHD シミュレーションコードに組み込み、太陽ダイナモシミュレーションを今後進めるための土台となる、以下の2つのテスト計算を行った。

(1) 静水圧平衡

(2) 太陽内部の対流

静水圧平衡のテストでは、修正状態方程式下で重力と圧力勾配力が正しく釣り合いを保つかどうかを調べる。その際、実際に修正定数 α の減少とともに計算の時間刻みが大きくなるかどうかを検証する。テスト2では、太陽内部における対流の物理的性質の修正定数 α に対する依存性を調べる。対流はダイナモ磁場増幅を支配する機構であり、今回導入した修正状態方程式には「対流の物理的性質を変えない」という性質が要求される。

4.1 テスト1: 静水圧平衡

まず、静水圧平衡のテストを行う。静水圧平衡とは式 (51) が成り立つ状態、つまり左辺の圧力勾配項と右辺の重力項が釣り合った状態のことを指す。この時、系の速度がゼロであれば運動方程式 [式 (39)] の右辺の粘性応力が消えて、物質にかかる実効的な力が無くなり（つまり $\partial u / \partial t = 0$ ）、物理的には物質は永遠に静止した状態になる。静水圧平衡状態に摂動が加わることで対流が駆動される。無摂動状態で静水圧平衡が十分な時間保たれることが対流が正しく駆動されるために必要不可欠である。

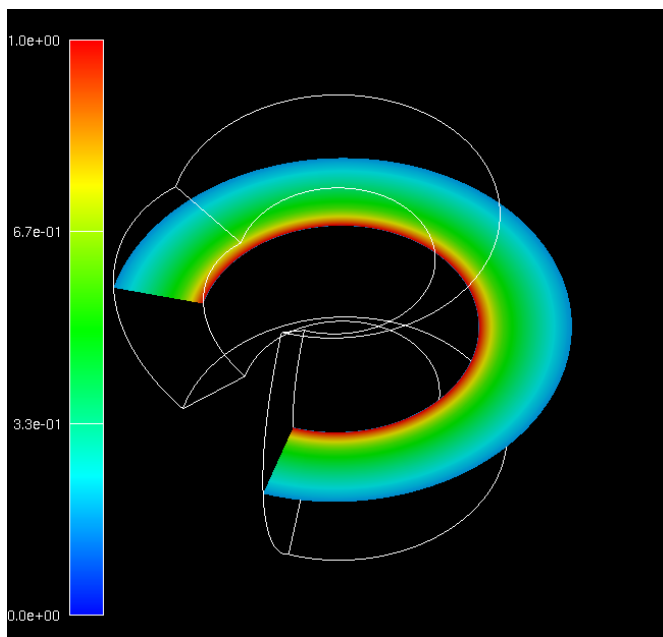
計算機上で静水圧平衡が保たれていることを確認出来れば、太陽内部をモデル化した温度や密度、圧力が物理的に正しい空間分布を持っていることや、境界条件等の計算設定が正しいことの確認になる。まず、 $\alpha = 1.0$ とし、理想気体の状態方程式を用いた場合の静水圧平衡を確認する。このテストでは半径方向のグリッド数 N_r を 101、余緯度方向のグリッド数 N_θ を 51 に設定している。また、計算ステップ数は 20000 ステップまでとした。

図 4.1, 4.2 に密度と温度の空間分布の時間進化を示す。各図の (a) は 0 ステップ目、(b) は 10000 ステップ目、(c) は 20000 ステップ目の空間分布に対応している。各ステップの図の比較から、物理量の空間分布が時間発展をしていないことがわかる。つまり、理想気体の状態方程式を使った場合、静水圧平衡な太陽の内部分布が実現できていると言える。

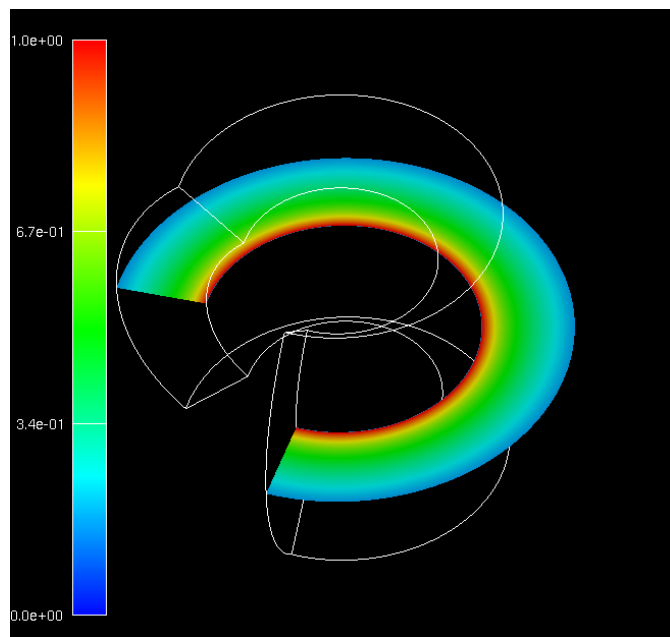
次に、修正状態方程式を用いた場合に静水圧平衡が成り立つかどうか調べる。例として、 $\alpha = 0.1$ の場合の結果を示す。この時のグリッド数と計算ステップ数は、理想気体の状態方程式を用いたモデル ($\alpha = 1.0$) と同様である。

図 4.3, 図 4.4 に $\alpha = 0.1$ のモデルについての密度と温度の空間分布の時間進化を示す。各図の (a) は 0 ステップ目、(b) は 10000 ステップ目、(c) は 20000 ステップ目の空間分布に対応している。これらの図から修正定数 α の値を変えても、温度と密度の分布が理想気体の状態方程式と同じであることがわかる。さらに、理想気体の状態方程式を用いた場合 ($\alpha = 1.0$) と同様、各物理量の空間分布が時間発展せず静水圧平衡が保たれていることがわかる。以上のことから、修正状態方程式を用いても、太陽内部の静水圧平衡状態が長時間維持されること、また、境界条件等の計算設定に対し修正状態方程式が影響を及ぼさないことがわかった。

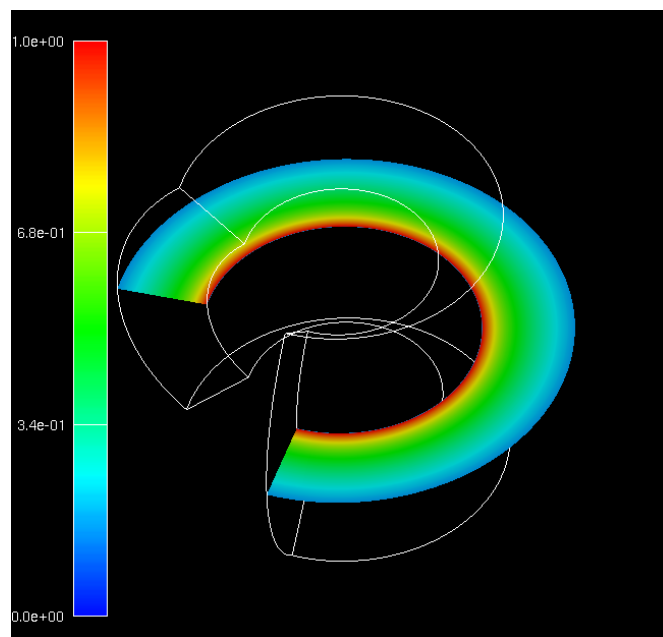
最後に、時間刻み幅 Δt の修正定数 α に対する依存性を調べる。静水圧平衡のテストにおいて、修正定数 α を 0.01 から 1.0 まで変化させた場合、時間刻み幅 Δt がどのようになるか確認した。修正定数 α の値と 1000 ステップ目の時間刻み幅 Δt との関係を図 4.5 に四角印で示す。このテストでは、半径方向のグリッド数 N_r を 101、余緯度方向のグリッド数 N_θ を 21 としていることに注意して頂きたい。図中の実線は $\Delta t \propto \alpha^{-1/2}$ の直線である。この図から、CFL 条件 [式 (5)] と修正状態方程式から導出される音速 [式 (48)] から想定される通り、 $\alpha^{-1/2}$ に比例して時間刻み幅が増大していることがわかる。



(a) 0 step

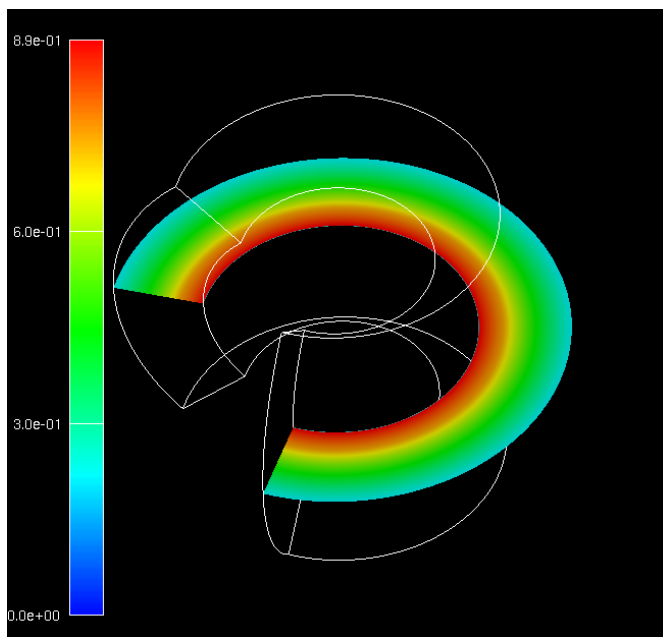


(b) 10000 step

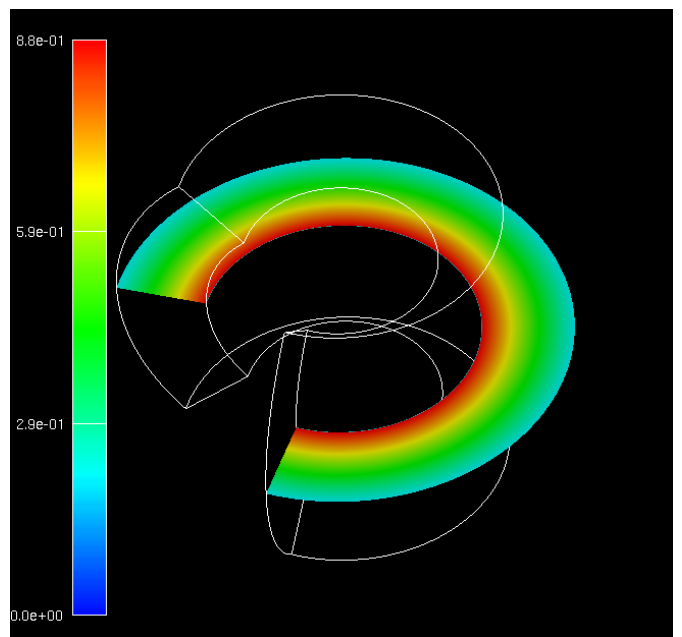


(c) 20000 step

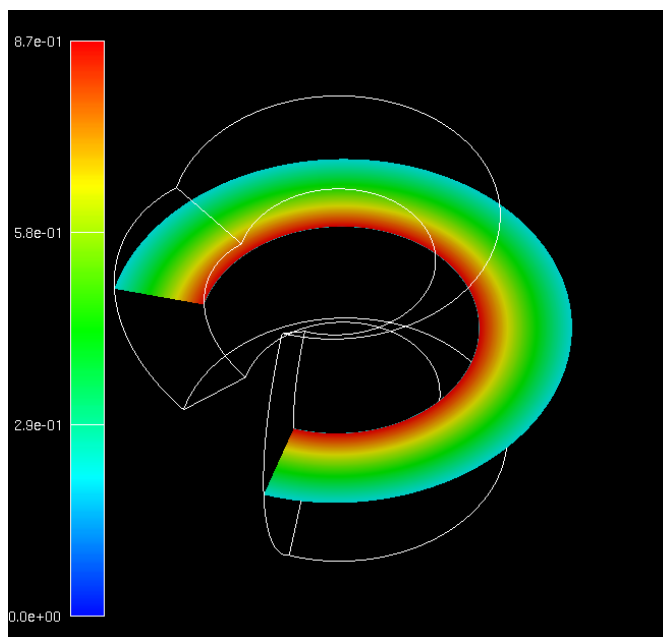
Fig. 4.1: Density Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 1.0$



(a) 0 step

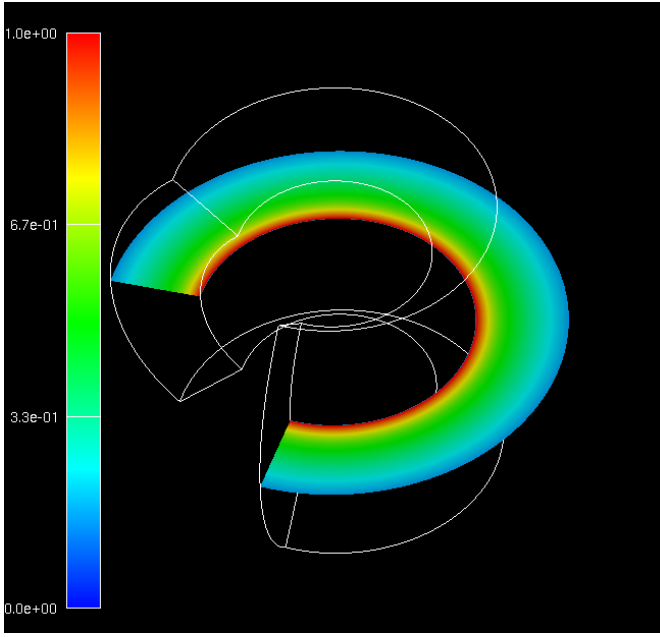


(b) 10000 step

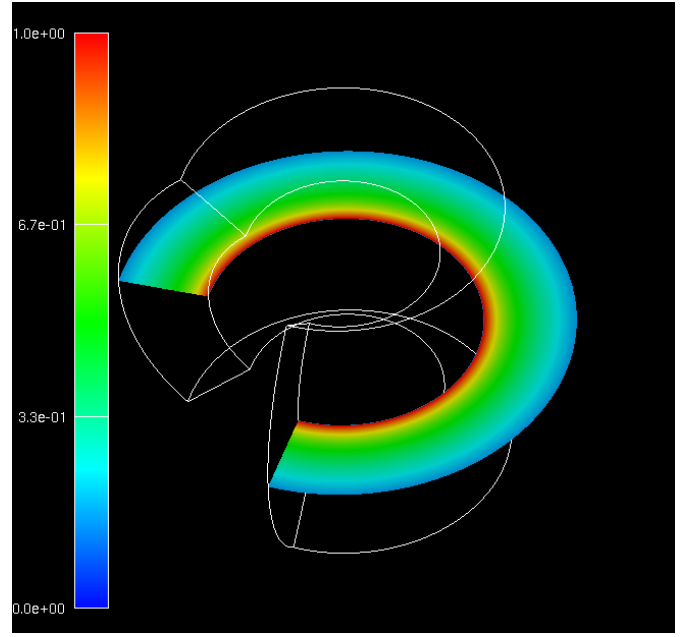


(c) 20000 step

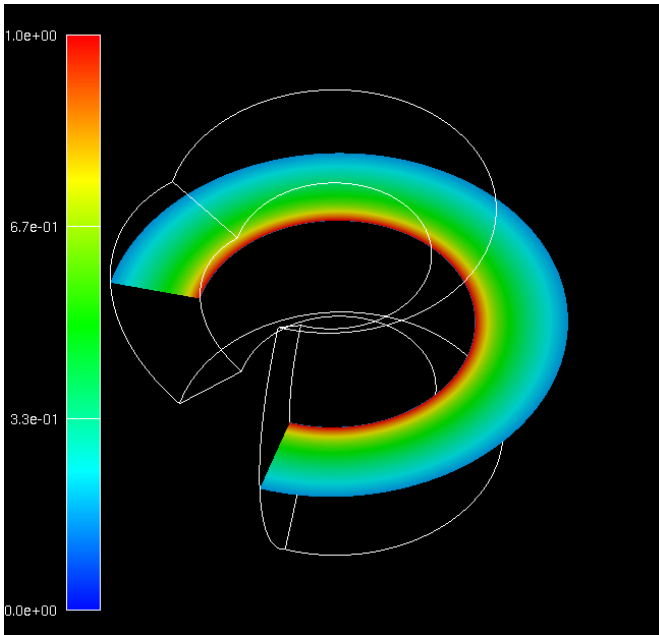
Fig. 4.2: Temperature Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 1.0$



(a) 0 step

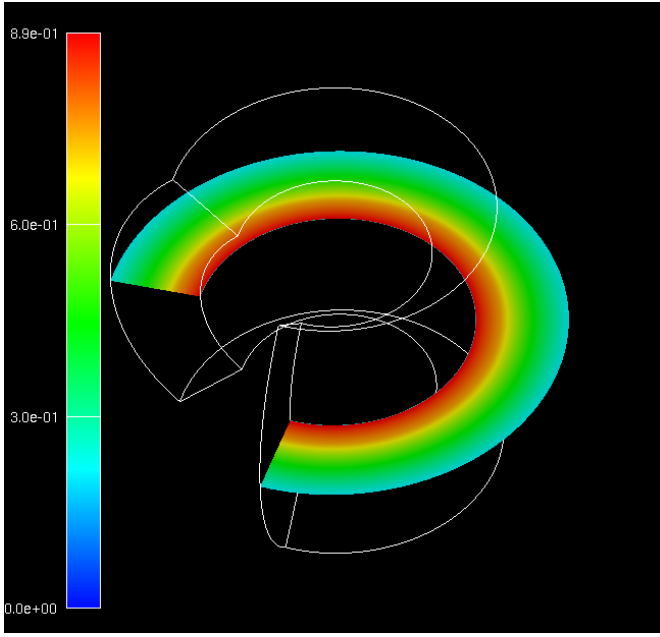


(b) 10000 step

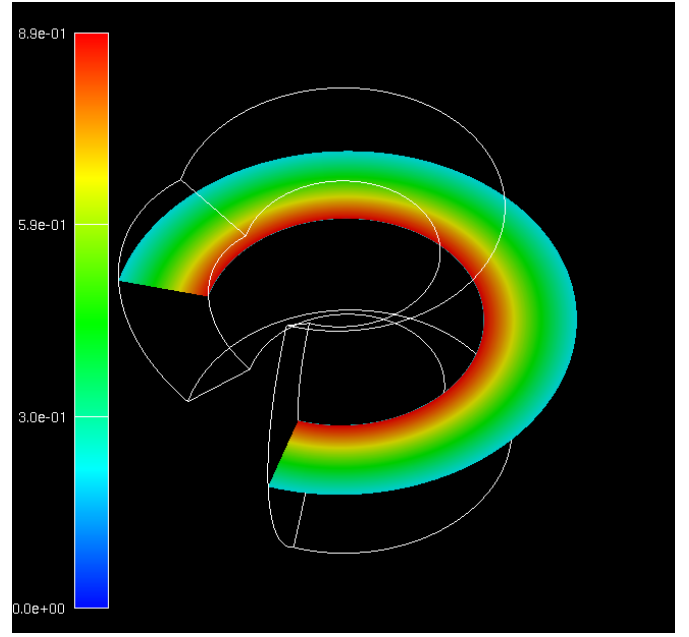


(c) 20000 step

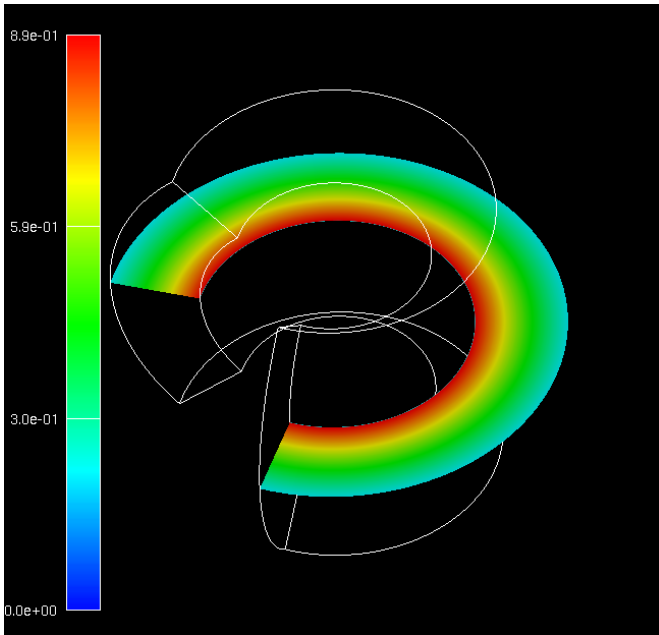
Fig. 4.3: Density Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$



(a) 0 step



(b) 10000 step



(c) 20000 step

Fig. 4.4: Temperature Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$

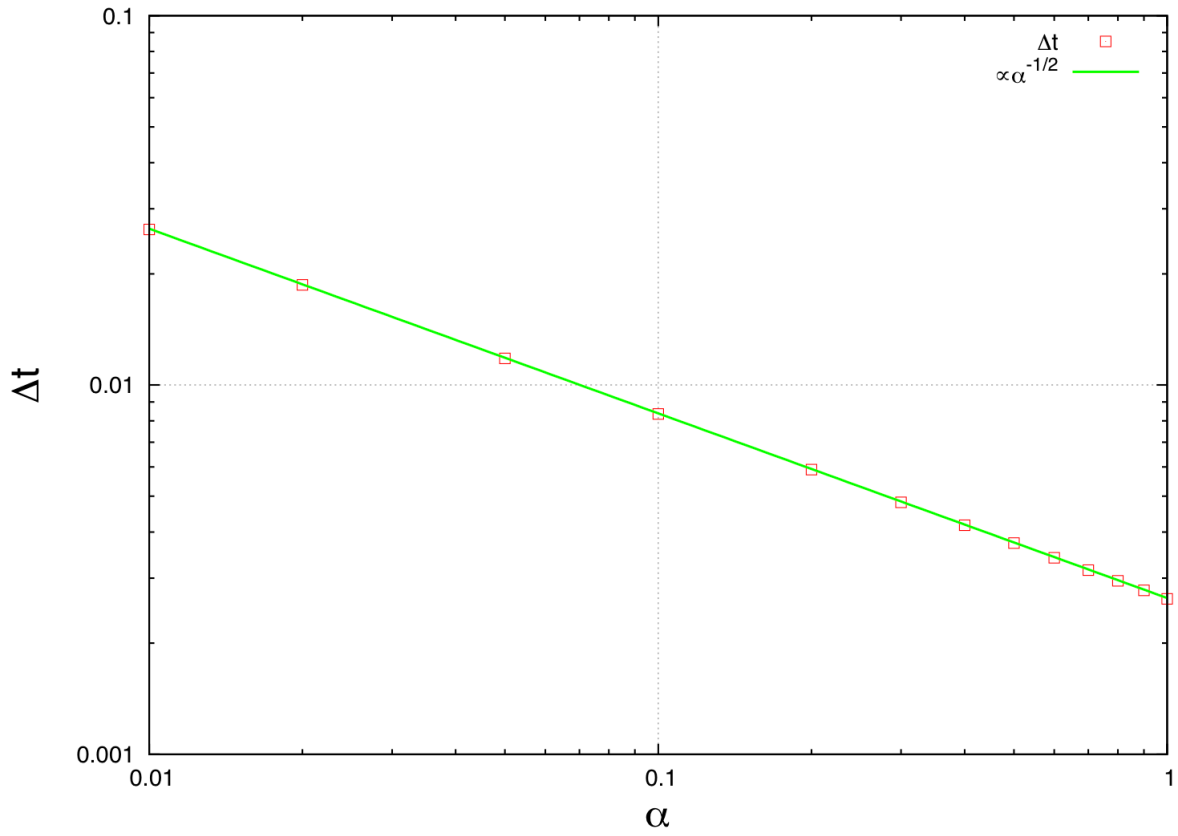


Fig. 4.5: The size of time-step in the numerical simulation for the models with different α values, where α is the coefficient of modified equation of state.

4.2 テスト 2: 対流

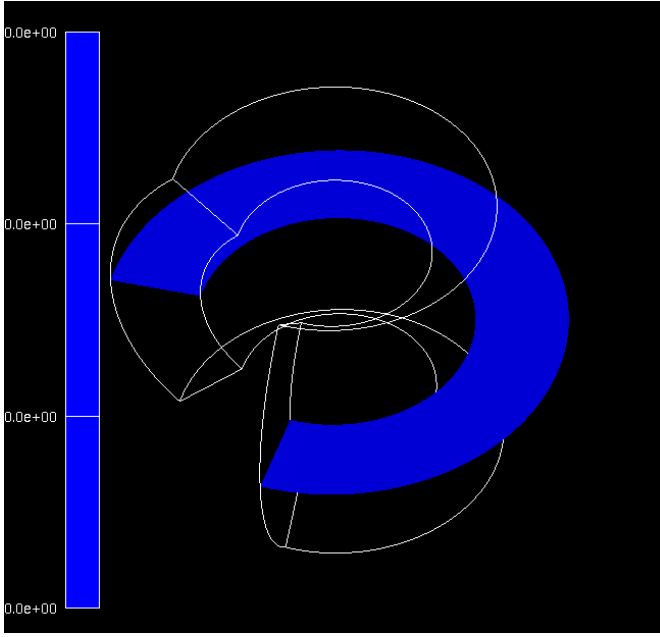
テスト 1 でその安定性を確認した静水圧平衡状態に摂動を加え、太陽内部の対流のテストを行った。本シミュレーションでは圧力に摂動を加えていることに注意されたい。まず、理想気体の状態方程式を用いた内部構造モデル ($\alpha = 1.0$) の場合で、対流の振る舞いを調べた。グリッド数はテスト 1 と同様に、半径方向のグリッド数 N_r を 101 に、余緯度方向のグリッド数 N_θ を 51 に設定し、時刻 $t = 10$ までシミュレーションを行った。

図 4.6 に時刻 $t = 0, 2, 4, 6, 8, 10$ での速度場の 3 次元分布の可視化結果を、図 4.7 に密度の 3 次元分布の可視化結果をそれぞれ示す。図 4.6 から、時間の経過とともに、対流層に相当する領域でセル状の対流構造が発達しているのがわかる。隣り合うセルの流れの向き（渦の向き）は逆転していて、 $t = 10$ の時の対流速度の絶対値は $O(10^{-2})$ になっている。また、対流の形成にともない速度場が変化する一方、密度の分布はほとんど変わらない。これは対流に起因した密度の変動は極めて小さく、背景の密度構造は大きな影響を受けないことを意味している。つまり対流が起きている状態でも、静水圧平衡をほぼ保った状態の内部構造が保たれている。

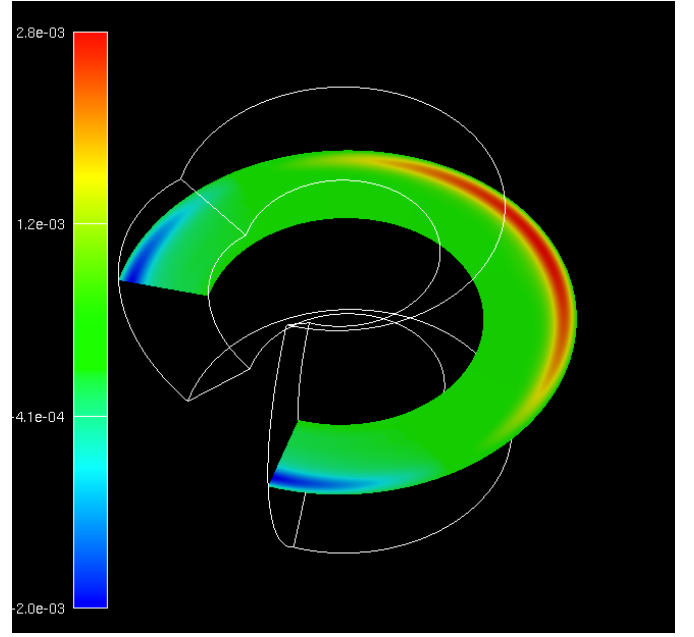
次に、修正状態方程式を用いた内部構造モデルで、理想気体の状態方程式を用いたモデルと同様の対流テストを行った。テスト 1 と同様、 α の値を 0.1 に設定し、静水圧平衡状態に摂動を加え、対流の振る舞いを調べた。このモデルでは半径方向のグリッド数 N_r を 101 に、余緯度方向のグリッド数 N_θ を 51 に設定し、時刻 $t = 18$ までシミュレーションを行った。

図 4.8 に時刻 $t = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$ での速度場の 3 次元分布の可視化結果を、図 4.9 に密度の 3 次元分布の可視化結果をそれぞれ示す。図 4.8 より、時間の経過とともに、対流層に相当する領域でセル状の対流構造が発達し、隣り合うセル同士で向きの反転する流れが形成されていることがわかる。理想気体を使った内部構造モデルと同様、速度場が変化する一方、密度の分布はほとんど変わらない。

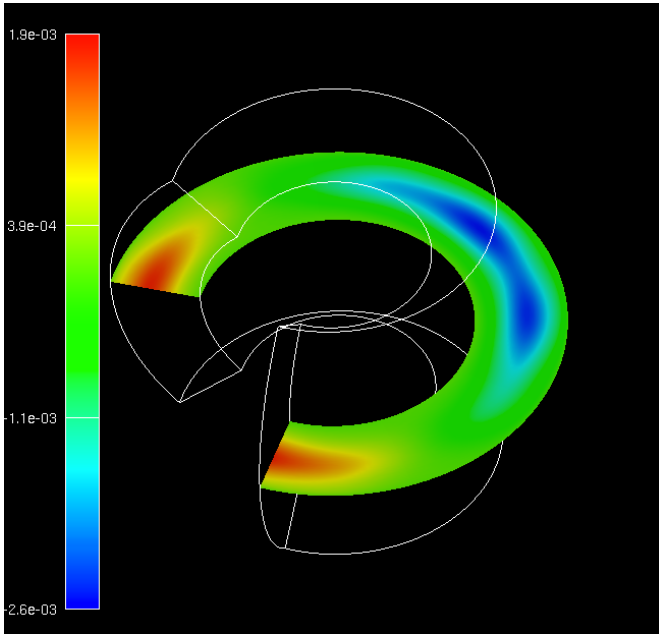
時刻 $t = 10$ での速度場を比較すると [図 4.6(f) と図 4.8(f)]、理想気体の状態方程式を使ったモデルと修正状態方程式を使ったモデルで、対流セルが似通った構造になっていることがわかる。一方、速度の絶対値を比較すると、理想気体の状態方程式を用いたモデルでは $O(10^{-2})$ であるが、修正状態方程式を用いたモデルでは $O(10^{-3})$ の速度しか得られていない。計算ステップ数に注目すると、 $\alpha = 1.0$ の場合は 3800 ステップ目で、 $\alpha = 0.1$ のモデルでは 1208 ステップ目で時刻 $t = 10$ に到達しており、少ない計算回数で定性的には似た対流構造を求めることができたと言える。



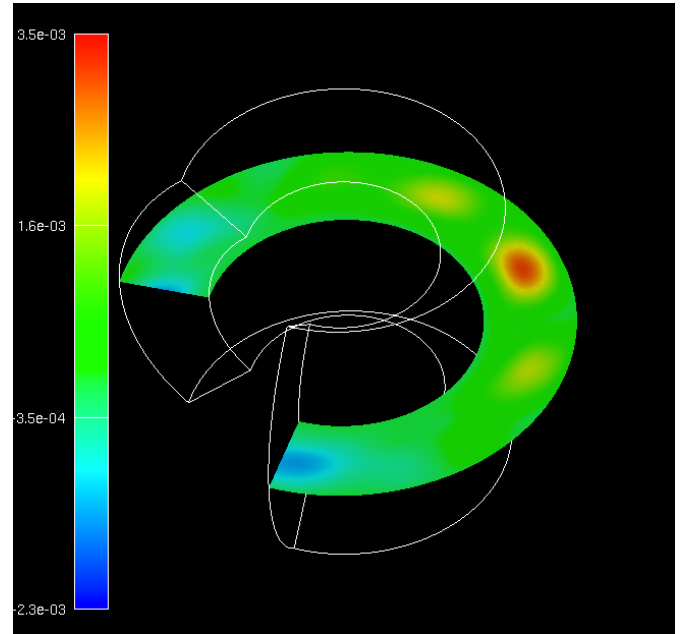
(a) $n=0, t=0$



(b) $n=760, t=2$

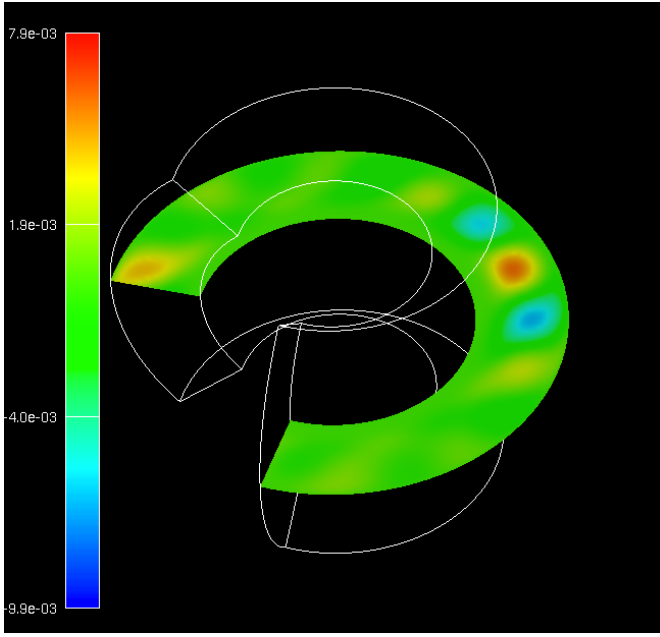


(c) $n=1520, t=4$

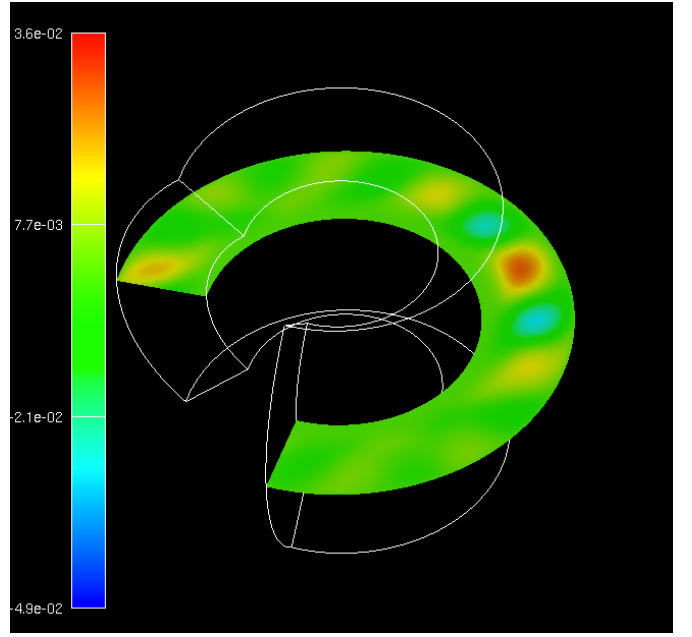


(d) $n=2280, t=6$

Fig. 4.6: Velocity Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 1.0$

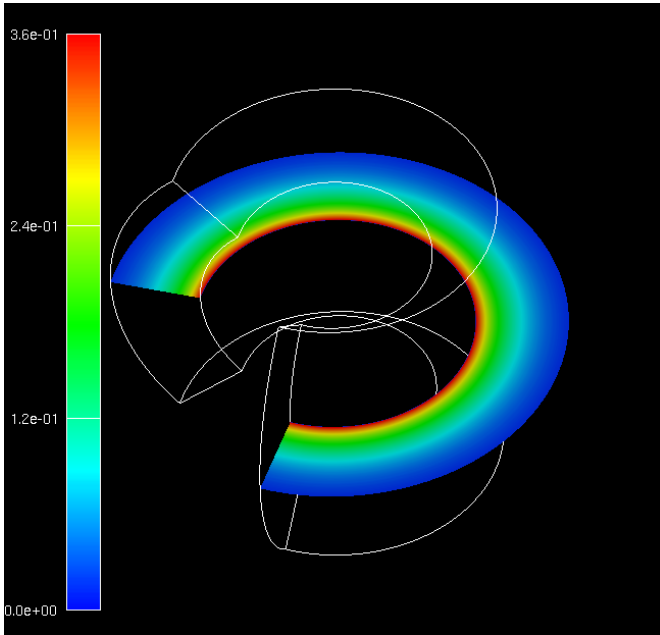


(e) $n=3040, t=8$

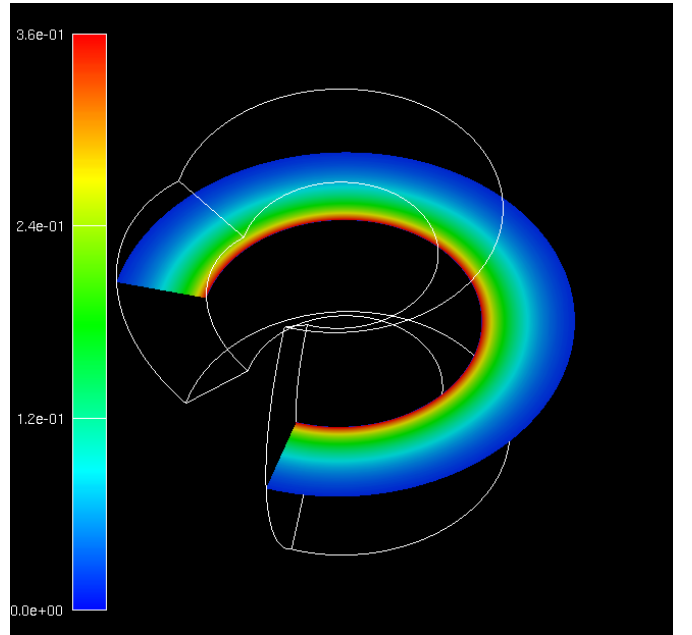


(f) $n=3800, t=10$

Fig. 4.6: Velocity Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 1.0$

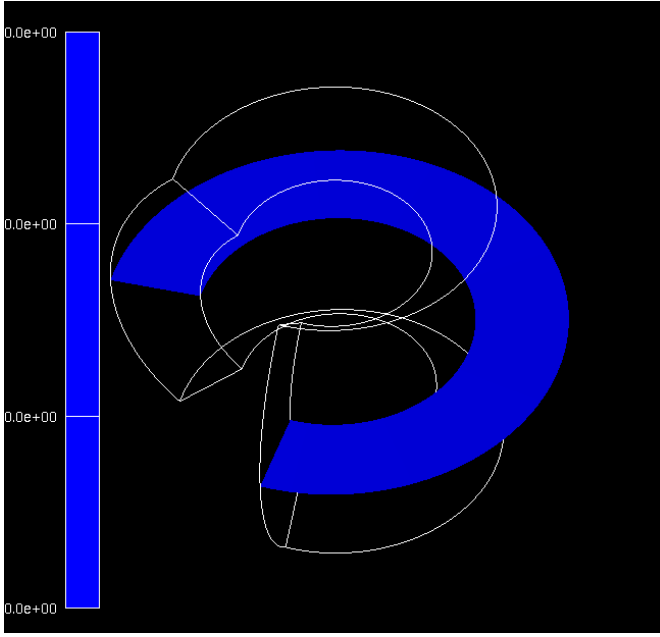


(a) $n=0, t=0$

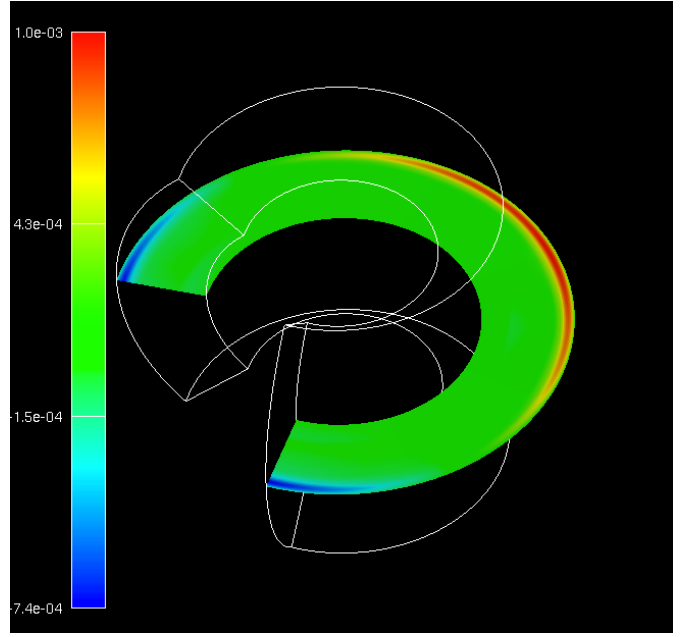


(b) $n=3800, t=10$

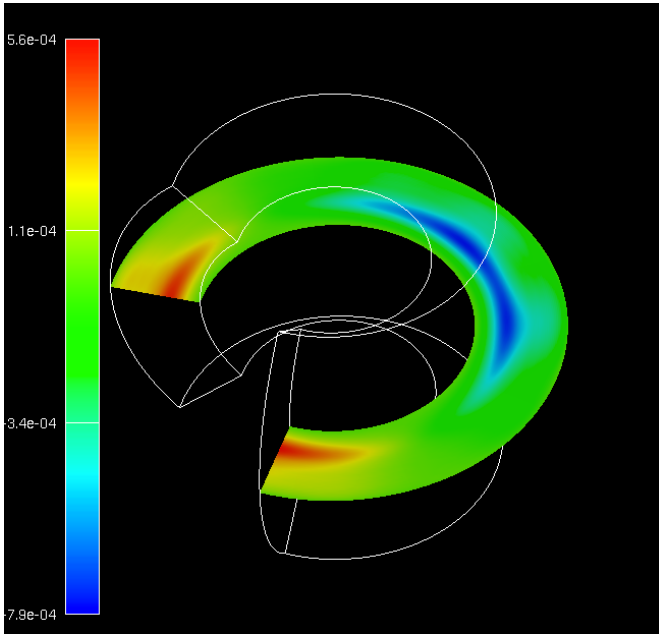
Fig. 4.7: Pressure Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 1.0$



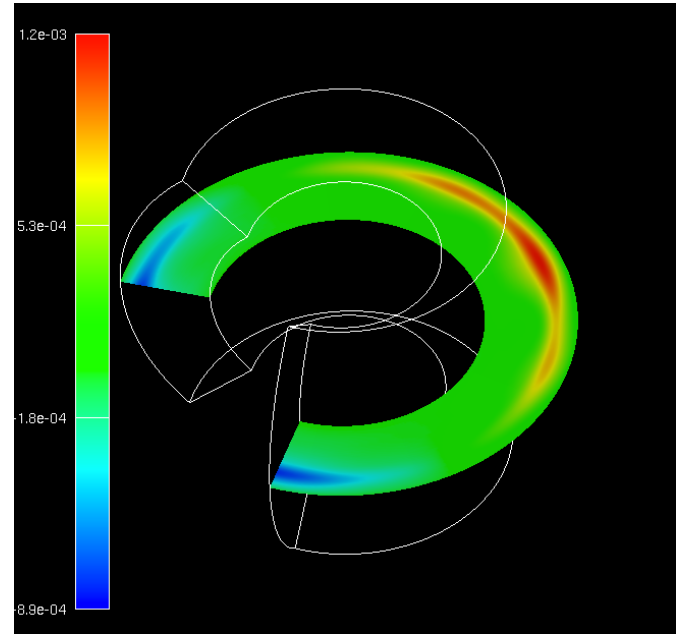
(a) $n=0, t=0$



(b) $n=242, t=2$

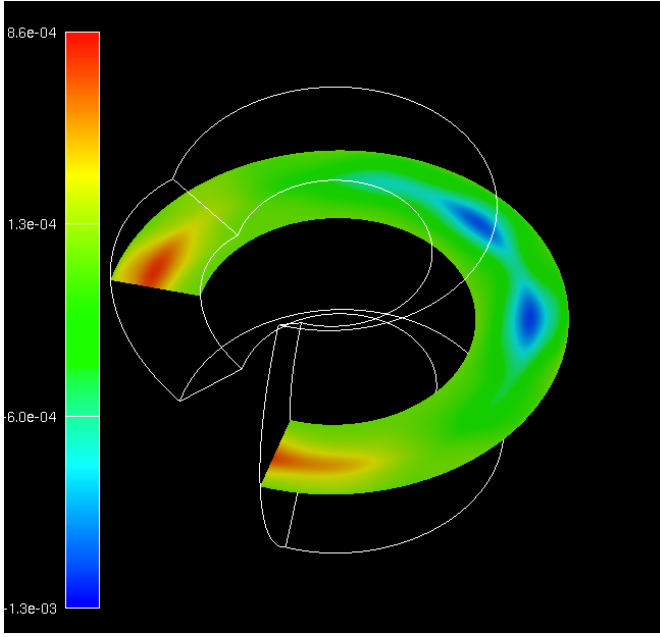


(c) $n=484, t=4$

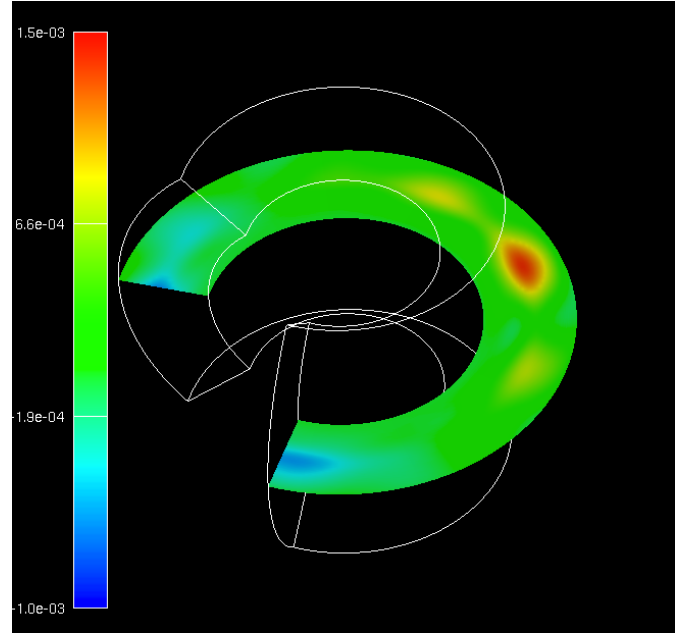


(d) $n=726, t=6$

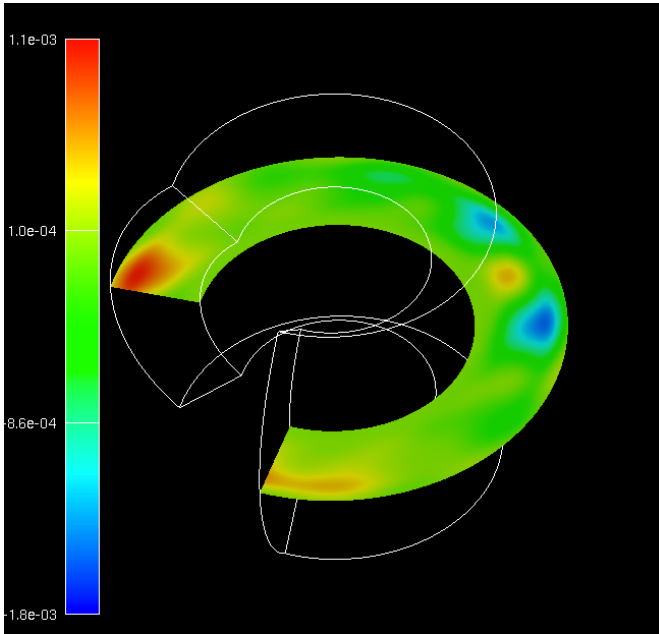
Fig. 4.8: Velocity Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$



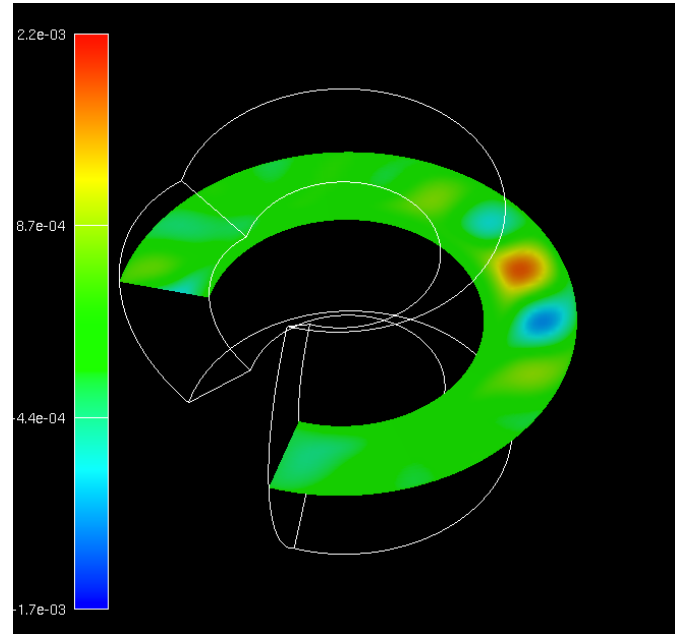
(e) $n=968$, $t=8$



(f) $n=1208$, $t=10$

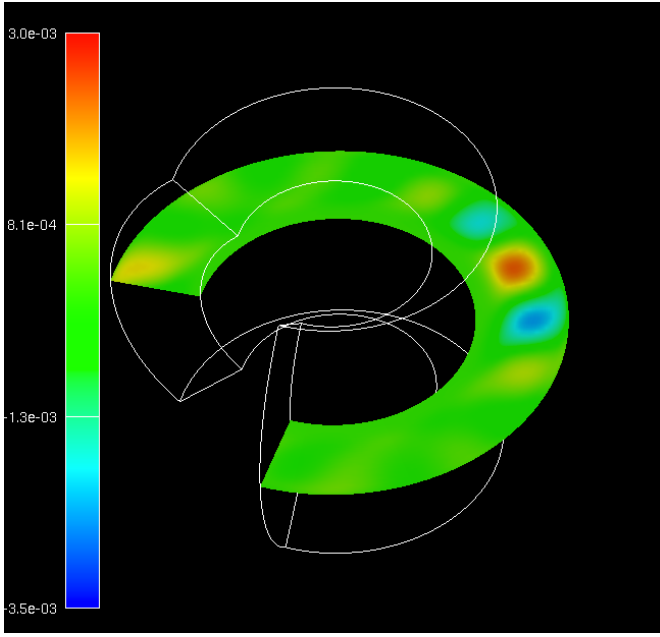


(g) $n=1448$, $t=12$

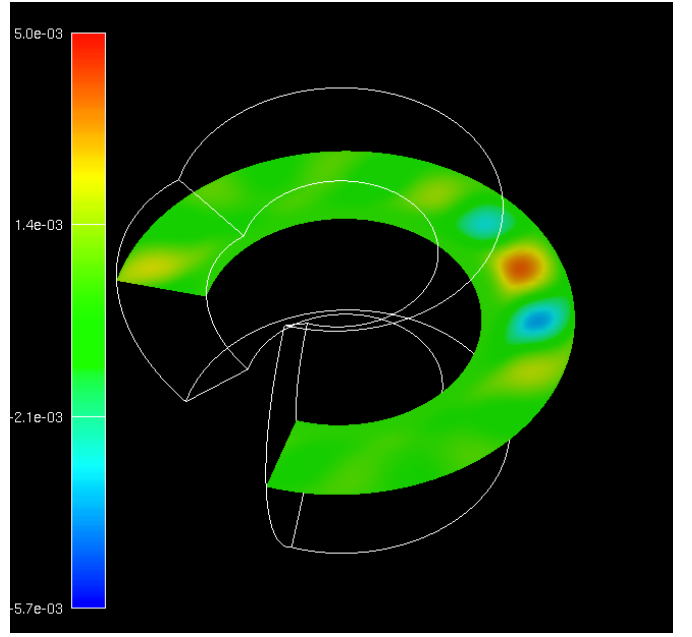


(h) $n=1688$, $t=14$

Fig. 4.8: Velocity Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$

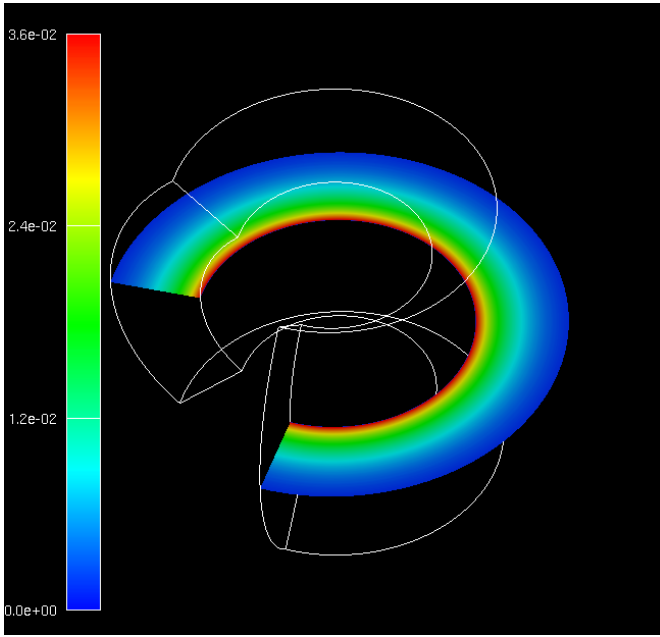


(i) $n=1928, t=16$

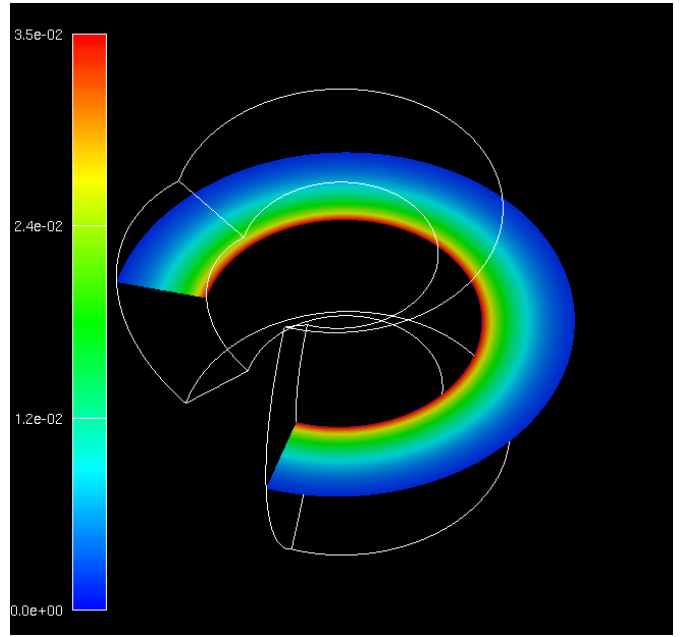


(j) $n=2168, t=18$

Fig. 4.8: Velocity Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$



(a) $n=0, t=0$



(b) $n=2168, t=18$

Fig. 4.9: Pressure Distribution in Yin-coordinate for the Model $\alpha = 0.1$

4.3 数値実験のまとめと考察

テスト1では、理想気体の状態方程式を用いたモデル同様、修正状態方程式を使ったモデルで静水圧平衡状態を長時間保つことができることを確認した。また、修正定数 α を小さくすることで時間刻み幅 Δt を大きくとることができ、解析的な音波の式 [式 (48)] から予想されるように $\alpha^{-1/2}$ に比例して Δt が増大することがわかった。CFL 条件に起因した Δt の上限を、状態方程式に修正を加えることで緩和するという試みは、静水圧平衡のテストに関しては成功したと言える。

テスト2では、静水圧平衡状態に摂動を加え対流を駆動し、対流の性質が状態方程式の違いでどのように変化するかを調べた。この結果、修正状態方程式を用いたモデルでも、定性的には理想気体の状態方程式を用いたモデルと同様の対流セル構造の発達を確認した。また、対流が発達した状態でも、修正定数 α の値を減少させることで時間刻み幅 Δt を大きくとることができることを確認した。一方、対流速度を定量的に比較すると、修正状態方程式を用いたモデルの方が、理想気体の状態方程式を用いたモデルに比べて、小さい値を与えることがわかった。

最後に、修正状態方程式を用いた場合に対流速度が小さくなる原因について考察する。混合距離理論によると、太陽内部の対流速度は流体素片にかかる浮力で決まっており、典型的には

$$v_{\text{conv}} = l \left[\frac{g\delta}{8H_P} (\nabla - \nabla') \right]^{1/2}, \quad (55)$$

で与えられる (参考文献 [7])。ここで g は重力、 $H_P \equiv dr/d \ln P$ は圧力スケール長、 $\delta \equiv 1 - (\partial \ln \mu / \partial \ln T)_P$ (μ は平均分子量)、 $l \equiv \beta H_P$ は混合距離 (β は1以下の定数)、 $\nabla \equiv d \ln T / d \ln P$ 、 $\nabla' \equiv -H_P (d \ln T / dr)'$ である。この式からわかることは、典型的な対流速度が重力 g の関数になっているということである。スケール長やその他の変数は、修正定数 α に依存しないと考えられるが、式 (50) からわかるように、修正状態方程式を用いると静水圧平衡を保つために、重力 g にも修正定数 α が掛かることになる。つまり、 $\alpha = 0.1$ の修正状態方程式を用いたモデルではおよそ3倍程度、対流速度が小さくなることが示唆される。

対流速度はダイナモ磁場増幅にとって本質的であり、対流の運動エネルギーは磁気エネルギーの飽和値の一つの指標にもなるため極めて重要な物理量である。修正状態方程式を使った太陽ダイナモシミュレーションの妥当性を実証するためには、対流速度も定量的に変わらないことが求められる。ただし、現状の対流計算では十分な時間、対流の発展を追尾できておらず、対流はまだ準定常状態に落ち着いていないと考えられる。さらに長時間かつ高空間分解の数値実験を行うことで、修正状態方程式を使ったダイナモシミュレーションの妥当性を今後より定量的に検証する必要がある。

5 全体のまとめと今後について

本研究の最大の目的は、大規模計算機を用いて太陽ダイナモの高精度シミュレーションを行うことで、太陽ダイナモ機構の謎に迫ることである。太陽ダイナモのシミュレーション研究を効率的に進めるためには、太陽内部のプラズマの運動速度と音速の間にある数桁にもおよぶ速度の隔たりを解消することが不可欠である。なぜなら、CFL 条件は流体シミュレーションの時間刻み幅 Δt を音速で制限するため、音速よりも桁違いに速度の遅いプラズマの運動を太陽ダイナモ機構にとって意味のある時刻まで追うためには、膨大な数の時間積分が必要になるからである。現状では、どんなに高性能な計算機を持ってしても、圧縮性磁気流体方程式の下では現実的な太陽ダイナモシミュレーションは実現不可能である。

本研究では、プラズマの運動速度と音速の間にある数桁の速度ギャップを基礎方程式のレベルで物理的に解消し、シミュレーションの時間積分回数を緩和させるべく「修正定数 α 」を使った修正状態方程式を提案した。また、修正状態方程式を組み込んだ新しい太陽ダイナモシミュレーションコードを開発し、2つの数値実験を通してその有用性のテストを行った。

解析的な式からは、修正定数 α の二分の一乗に反比例して、シミュレーションの時間刻み幅 Δt を大きくなることが期待される。静水圧平衡の実験では、理想気体の状態方程式を使用したモデルと同様、修正状態方程式を使用したテストモデルでも、十分な時間にわたって静水圧平衡状態を保つことができることを確認した。また、シミュレーションの時間刻み幅 Δt が、解析的な式から想定していた通り、 $\Delta t \propto \alpha^{-1/2}$ で変化していることも確認した。

対流の実験では、修正状態方程式を用いた太陽大気モデルで対流が駆動されることを確認した。またこの実験でも、 α を減少させることでシミュレーションの時間刻み幅 Δt が大きくなることを確認した。対流セルの構造などの定性的な特徴は、理想気体の状態方程式を用いたモデルとほぼ同じである一方、対流速度については二つのモデルの間に1桁近い差が見られた。

理想気体の状態方程式と修正状態方程式を使った二つのモデルの間に生じたこの対流速度の差は、修正状態方程式を用いて静水圧平衡な太陽大気モデルを構築した際に、重力に加えた修正定数 α の影響である可能性がある。ただし、現状の対流実験では、十分な時間、対流の発展を追尾できておらず、対流はまだ準定常状態に落ち着いていないと考えられる。今後はより長時間かつ高精度の対流実験を行うことで、今回提案した修正状態方程式の妥当性を検証する必要がある。最終的には、この修正状態方程式を組み込んだ新しいシミュレーションコードを用いて、太陽ダイナモの大規模シミュレーション研究を進めたいと考えている。

6 謝辞

1年間を通して熱心に指導していただいた、陰山聡教授と政田洋平助教に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] <http://www.mhhe.com/physsci/astronomy/fix/>
- [2] Carolus J. Schrijver and George L. Siscoe. “Heliophysics: Evolving Solar Activity and the Climates of Space and Earth”, *Cambridge University Press*, (2012)
- [3] <http://www.astro.phys.s.chiba-u.ac.jp/netlab/summer-school/textbook.html>
- [4] Akira Kageyama and Tetsuya Sato. “Yin-Yang grid:An overset grid in spherical geometry”, *Geochemistry Geophysics Geosystems*, (2004)
- [5] 坂下 志郎, 池内 了. “宇宙流体力学”, 培風館,(1996)
- [6] P. J. Käpylä, M. J. Korpi, A. Brandenburg, D. Mitra, R. Tavakol. “Convective dynamos in spherical wedge geometry”, *Solar and Stellar Astrophysics (astroph.SR)*, (2010)
- [7] Michael Stix. “the Sun: An Introduction”, *Astronomy and Astrophysics Library*, (2002)