神戸大学 素粒子宇宙論研究室セミナー 2014年4月30日

非線形安定な重力·スカラー理論

白水 徹也

名古屋大学大学院多元数理科学研究科

Nozawa and Shiromizu, Physical Review D89, 023011(2014)

Content

1. Introduction
2. Positive mass theorem
3. Einstein-scalar system
4. Future issues

1. Introduction

加速膨張と重力

- 宇宙の加速膨張の発見

一般相対論 ⇒ 宇宙項/ダークエネルギー

或は、重力理論の修正

様々な模型の提案がなされている。

更なる実験・理論からの制限が望まれる。

理論からの制限？

新しい指導原理の可能性

より現実的に、一般相対論をお手本に

一般相対論は非線形レベルでの安定性が保証されている。

Positive mass theorem(PMT)

そもそも線形レベルで安定な理論を構築することは当然要求されることであるが、非線形レベル(full order!)での安定性を見極めることは一般に難しい。しかし、挑戦してみよう。

Positive mass theorem(PMT)

Schoen&Yau 1981, Witten 1981

Einstein方程式 + (dominant) energy condition

- 漸近的に平坦, 正則な時空の質量は非負(M≧0).
- M=0 ⇔ 平坦時空　(時空の剛性)

$$g_{ij} \sim 1 + \frac{2M}{r} + \cdots$$

“正則な時空の基底状態は平坦時空”

目標

Positive mass theoremが成り立つ理論の構築を目指す！

参考：Boucher, Townsend, 1994

漸近的にanti-deSitter時空が主な考察の対象
(漸近的に平坦な場合も含む)

$$S = \int d^4 x \sqrt{-g}\left[R + X - U(\phi) + L_{matter}\right]$$

$$X = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi$$

$$U(\phi) = 8\left(\frac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2 - 12\left(W(\phi)\right)^2$$

例) $W(\phi) = \mathrm{constant}$: anti-deSitter

今回

Nozawa & Shiromizu 2014

action

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[R+2K(\phi,X)+L_{matter}\right]\qquad X=-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi$$

cf)canonical form $\quad K=X-U(\phi)$

2つの場合に限られる。

(i)

$$K=X-U(\phi)=X-8\left(\frac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2+12\left(W(\phi)\right)^2$$

標準形
＋"superpotential"

(ii)

$$K=4\sqrt{2}\,\frac{dW(\phi)}{d\phi}(-X)^{1/2}+12\left(W(\phi)\right)^2$$

宇宙論的な解を含まない

2. Positive mass theorem

Back to Witten 1981

正定値性:　essence

$\gamma^i \nabla_i \varepsilon = 0$　Dirac - Witten方程式

ε : spinor, γ^μ : Dirac行列

$$M \sim \int_{S_\infty} \varepsilon^+ \nabla_i \varepsilon dS^i$$

$$= \int_\Sigma \nabla^i (\varepsilon^+ \nabla_i \varepsilon) d\Sigma$$

$$= \int_\Sigma \left(|\nabla \varepsilon|^2 + \varepsilon^+ \nabla^2 \varepsilon \right) d\Sigma$$

$$\sim \int_\Sigma \left(|\nabla \varepsilon|^2 + T_{00} |\varepsilon|^2 \right) d\Sigma \geq 0$$

If $T_{00} \geq 0 \Rightarrow M \geq 0$

剛性

$$M \sim \int_\Sigma \left(|\nabla \varepsilon|^2 + T_{00} |\varepsilon|^2 \right) d\Sigma = 0$$

$$\Rightarrow \quad \nabla \varepsilon = 0$$

$$\Rightarrow \quad [\nabla_i, \nabla_j] \varepsilon = \frac{1}{4} R_{ij\mu\nu} \gamma^{\mu\nu} \varepsilon = 0$$

$\Rightarrow \quad R_{\mu\nu\alpha\beta} = 0$ Minkowski時空

より正確には

Nester tensor

$$N^{\mu\nu} := -i\left(\bar{\varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho}\nabla_\rho\varepsilon - \overline{\nabla_\rho\varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho}\varepsilon\right)$$

$$\bar{\varepsilon} = i\varepsilon^{+}\gamma^{0}, \gamma^{\mu\nu\rho} = \gamma^{[\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho]}$$

$$\frac{1}{2}\int_{\partial\Sigma} N_{\mu\nu}dS^{\mu\nu} = -\int_\Sigma \nabla_\nu N^{\mu\nu}u_\mu d\Sigma$$

u^μ :時間一定面Σの未来向きの単位法線ベクトル

$$\nabla_\nu N^{\mu\nu} = 2i\nabla_\rho\varepsilon\gamma^{\mu\nu\rho}\nabla_\nu\varepsilon - G^\mu_\nu V^\nu$$

$$V^\mu := i\bar{\varepsilon}\gamma^\mu\varepsilon$$

$$\gamma^i\nabla_i\varepsilon = 0$$

≧0 (dominant energy condition)

$$\Rightarrow 8\pi GM = \frac{1}{2}\int_{\partial\Sigma} N_{\mu\nu}dS^{\mu\nu} = \int_\Sigma \left(2|\nabla_i\varepsilon|^2 - 8\pi G T^0{}_\mu V^\mu\right)d\Sigma \geq 0$$

3. Einstein-scalar system

Nozawa & Shiromizu 2014

Model

action

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[R + 2K(\phi, X) + 2L_{matter}\right]$$

$$X = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi$$

$$G_{\mu\nu} = T^{(\phi)}_{\mu\nu} + T^{(matter)}_{\mu\nu}$$

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \partial_X K\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi + Kg_{\mu\nu}$$

一般にエネルギー条件を満足していない。

変更の余地

Dirac-Witten方程式　$\gamma^i \nabla_i \varepsilon = 0$

$$\nabla_\mu \to \hat{\nabla}_\mu$$

$$\hat{\nabla}_\mu \varepsilon = (\nabla_\mu + A_\mu)\varepsilon, \ \gamma^{\mathrm{i}} \hat{\nabla}_i \varepsilon = 0$$

遠方で十分早く減衰し、質量への寄与がなくなるとする。

Nester tensor

$$\nabla_\nu \hat{N}^{\mu\nu} = 2i\overline{\hat{\nabla}_\rho \varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho}\hat{\nabla}_\nu \varepsilon - G^\mu_\nu V^\nu - \frac{i}{2}\bar{\varepsilon}(\bar{F}_{\nu\rho}\gamma^{\mu\nu\rho} + \gamma^{\mu\nu\rho}F_{\nu\rho})\varepsilon$$

$$\boxed{-i\bar{\varepsilon}(\bar{A}_\nu\gamma^{\mu\nu\rho} - \gamma^{\mu\nu\rho}A_\nu)\hat{\nabla}_\rho\varepsilon + i\overline{\hat{\nabla}_\rho\varepsilon}(\bar{A}_\nu\gamma^{\mu\nu\rho} - \gamma^{\mu\nu\rho}A_\nu)\varepsilon}$$

符号がコントロールできない

$$F_{\mu\nu} = 2(\partial_{[\mu}A_{\nu]} + A_{[\mu}A_{\nu]})$$

要請1 $\bar{A}_\nu\gamma^{\mu\nu\rho} = \gamma^{\mu\nu\rho}A_\nu$

$$\nabla_\nu \hat{N}^{\mu\nu} = 2i\hat{\nabla}_\rho \varepsilon\gamma^{\mu\nu\rho}\hat{\nabla}_\nu \varepsilon - G^\mu_\nu V^\nu - \frac{i}{2}\bar{\varepsilon}(\bar{F}_{\nu\rho}\gamma^{\mu\nu\rho} + \gamma^{\mu\nu\rho}F_{\nu\rho})\varepsilon$$

質量の表式

$$\hat{\nabla}_\mu \varepsilon = (\nabla_\mu + A_\mu)\varepsilon,\ \gamma^{\mathrm{i}}\hat{\nabla}_i \varepsilon = 0$$

$$8\pi GM = \int_\Sigma d\Sigma \left[2i\overline{\hat{\nabla}_\rho \varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho}\hat{\nabla}_\nu \varepsilon - G^\mu_\nu V^\nu + S^\mu \right] u_\mu$$

$$G_{\mu\nu} := R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R$$

$$V^\mu = i\bar{\varepsilon}\gamma^\mu \varepsilon$$

$$S^\mu := -i\bar{\varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho} F_{\mu\nu}\varepsilon$$

$$F_{\mu\nu} := 2(\partial_{[\mu} A_{\nu]} + A_{[\mu} A_{\nu]})$$

戦略

$$\gamma^i \hat{\nabla}_i \varepsilon = 0 \quad \varepsilon : \mathrm{spinor}$$

$$M \sim \int_{S_\infty} dS_i \varepsilon^+ \hat{\nabla}^i \varepsilon = \int_\Sigma \nabla_i (\varepsilon^+ \hat{\nabla}^i \varepsilon) d\Sigma$$

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \partial_X K \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi + K g_{\mu\nu}$$

$$= \int_\Sigma \left(|\hat{\nabla}\varepsilon|^2 + T^{matter}_{00} + T^{(\phi)}_{00} + S^0 \right) d\Sigma$$

Einstein方程式

この部分が非負になるようなスカラー場
の理論の構成を行う。

$$S^\mu := -i\bar{\varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho} F_{\mu\nu} \varepsilon$$

$$F_{\mu\nu} := 2(\partial_{[\mu} A_{\nu]} + A_{[\mu} A_{\nu]})$$

Aμの候補

$$M=\int_{\Sigma}\left(|\hat{\nabla}\varepsilon|^2+T_{00}^{matter}+T_{00}^{(\phi)}+S^0\right)d\Sigma$$

$$\phi,\nabla\phi\in T_{\mu\nu}^{(\phi)}$$

$$\partial A, A^2\in S^{\mu}$$

Aはスカラー場に依存している筈であるが、スカラー場の微分∂Φは入らないであろう。

$\overline{A}_{\nu}\gamma^{\mu\nu\rho}=\gamma^{\mu\nu\rho}A_{\nu}$ を満足するものとして

$$A_{\mu}=W(\phi)\gamma_{\mu}$$

Sμの表式

$$M = \int_\Sigma \left(|\hat{\nabla}\varepsilon|^2 + T_{00}^{matter} + T_{00}^{(\phi)} + S^0 \right) d\Sigma$$

$$A_\mu = W(\phi)\gamma_\mu$$

$$\delta\lambda := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(f(\phi, X)\gamma^\mu \nabla_\mu \phi - 4 f^{-1}(\phi, X) \frac{dW(\phi)}{d\phi} \right) \varepsilon$$

$$\begin{aligned} S^\mu &= -i\bar{\varepsilon}\gamma^{\mu\nu\rho} F_{\mu\nu}\varepsilon \\ &= -4i\bar{\varepsilon}\gamma^{\mu\nu}\varepsilon\nabla_\nu\phi\partial_\phi W + 12V^\mu W^2 \\ &= i\overline{\delta\lambda}\gamma^\mu\delta\lambda + V^\nu \left[f^2\nabla^\mu\phi\nabla_\nu\phi + \delta^\mu_\nu \left(-\frac{1}{2} f^2(\nabla\phi)^2 - 8f^{-2}(\partial_\phi W)^2 + 12W^2 \right) \right] \end{aligned}$$

キャンセルするようなK探す

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \partial_X K \nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi + K g_{\mu\nu}$$

要請2

$$\boxed{\begin{aligned}&\partial_X K = f^2\\ &K = f^2 X - 8 f^{-2}\left(\frac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2 + 12\left(W(\phi)\right)^2\end{aligned}}$$

$$\Rightarrow \quad T_{00}^{(\phi)} + S^0 = |\delta\lambda|^2 \geq 0$$

理論の絞り込み

$$\begin{cases} \partial_X K = f^2 \\ K = f^2 X - 8 f^{-2}\left(\dfrac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2 + 12\left(W(\phi)\right)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad XK_X - K - \frac{8W_\phi^2}{K_X} = -12W(\phi)^2$$

$$\Rightarrow \quad \partial_X\left(XK_X - K - \frac{8W_\phi^2}{K_X}\right) = K_{XX}\left(X + \frac{8W_\phi^2}{K_X^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad (i)K_{XX} = 0 \quad \Rightarrow \quad K = X - U(\phi) = X - 8\left(\frac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2 + 12\left(W(\phi)\right)^2$$

$$(ii)X + \frac{8W_\phi^2}{K_X^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad K = 4\sqrt{2}\,\frac{dW(\phi)}{d\phi}(-X)^{1/2} + 12\left(W(\phi)\right)^2$$

Case (ii)

$$K = 4\sqrt{2}\,\frac{dW(\phi)}{d\phi}(-X)^{1/2} + 12\left(W(\phi)\right)^2$$

一様等方宇宙に対して

$$\phi = \phi(t) \quad \Rightarrow X = \dot{\phi}^2/2 > 0$$

因子$(-X)^{1/2}$が純虚数になってしまう。

Case (ii)は宇宙論には用いることができない。

まとめ

Nozawa & Shiromizu 2014

action

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[R+2K(\phi,X)+L_{matter}\right] \qquad X=-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi$$

(i)

$$K=X-U(\phi)=X-8\left(\frac{dW(\phi)}{d\phi}\right)^2+12\left(W(\phi)\right)^2$$

Canonical form with “superpotential”

(ii)

$$K=4\sqrt{2}\,\frac{dW(\phi)}{d\phi}(-X)^{1/2}+12\left(W(\phi)\right)^2$$

No cosmological solution

4. Future issues and others

Future issues

$$\bar{A}_\nu \gamma^{\mu\nu\rho} = \gamma^{\mu\nu\rho} A_\nu$$

$$A_\mu = W(\phi)\gamma_\mu$$

最善の選択か？

・より一般の系に対しては?
・修正重力理論？Non-linear massive gravity,…
・spinorを用いた手法は超重力理論へのバイアスが働いている可能性がある。Positive energy theoremに対するSchoen-Yauによる別証明を採用すると議論はどう変わるのか？同じ結果が出れば嬉しい。

R+R^2

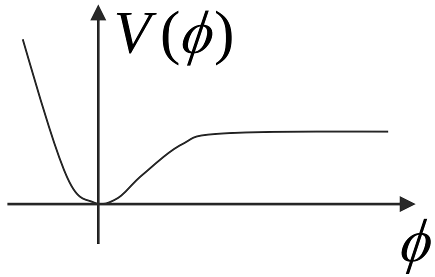
Strominger 1994

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[R+\frac{1}{2\beta^2}R^2\right]$$

$R>-\beta^2$ を満たす漸近的に平坦な時空の質量は非負。

証明:

$$\tilde{g}_{\mu\nu}=(1+\beta^{-2}R)g_{\mu\nu},\quad \phi:=\ln(1+\beta^{-2}R)$$



$$\tilde{S}=\int d^4x\sqrt{-\tilde{g}}\left[\tilde{R}-\frac{3}{2}(\tilde{\nabla}\phi)^2-V(\phi)\right]$$

$$V(\phi)=\frac{\beta^2}{2}(1-e^{-\phi})^2$$

Dominant energy conditionを満足しているEinstein理論と等価。

Non-linear massive gravity

非線形レベルでの安定性の全貌は明らかでない。

<u>球対称の場合</u> Volkov 1404.2291

・漸近的に平坦で正則で質量は非負な場合がある。
・質量に下限がない場合もある(非線形レベルではghostがある)。
・正質量セクターと負質量セクター間の遷移はない。

球対称性を外すと結論がどうなるか依然不明。

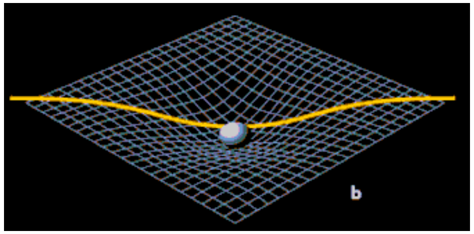
基礎1：一般相対論と加速膨張

一般相対論

アインシュタイン方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

時空の曲がり具合（幾何学）　　　物質のエネルギー（質量）



・ブラックホール

・膨張宇宙

物質と減速膨張宇宙

一様等方宇宙 $ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)$$

ρ : エネルギー密度

P : 圧力

$$\rho \geq 0, P \geq 0 \Rightarrow \ddot{a} \leq 0$$

加速膨張の意味すること

$$\ddot{a} > 0 \quad \Rightarrow \quad \rho + 3P < 0$$

観測的には、宇宙定数

$$\rho_\Lambda = -P_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} = \text{定数} > 0$$

が優勢であることが示唆されている。

$$\rho_\Lambda + 3P_\Lambda = -2\rho_\Lambda < 0$$

基礎2：Positive mass theorem

共変微分

局所Lorentz変換 $\varepsilon^{\hat{\mu}\hat{\nu}}$

$$\psi \to \psi + \delta\psi, \quad \delta\psi = \frac{1}{4}\varepsilon^{\hat{\mu}\hat{\nu}}\gamma_{\hat{\mu}\hat{\nu}}\psi$$

$$\nabla_\mu\psi = \left(\partial_\mu + \frac{1}{4}\omega^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{}_\mu\gamma_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\right)\psi$$

$$\omega^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{}_\mu \to \omega^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{}_\mu + \delta\omega^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{}_\mu$$

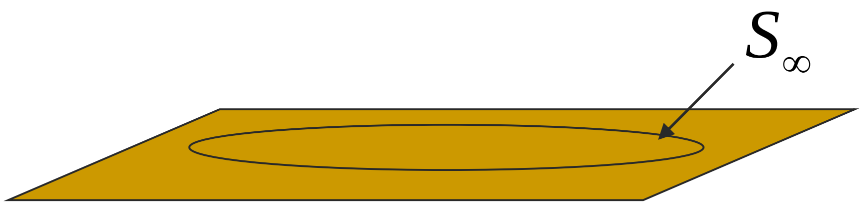
$$\delta\omega^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}{}_\mu = \varepsilon^{\hat{\alpha}}{}_{\hat{\gamma}}\omega^{\hat{\gamma}\hat{\beta}}{}_\mu + \varepsilon^{\hat{\beta}}{}_{\hat{\gamma}}\omega^{\hat{\alpha}\hat{\gamma}}{}_\mu - \partial_\mu\varepsilon^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}$$

$$\Rightarrow \quad \delta(\nabla_\mu\psi) = \frac{1}{4}\varepsilon^{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\gamma_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\nabla_\mu\psi$$

$$D_\mu e_{\hat{\alpha}\nu} := \partial_\mu e_{\hat{\alpha}\nu} + \omega_{\hat{\alpha}\hat{\beta}\mu}e_\nu^{\hat{\beta}} - \Gamma^\rho_{\mu\nu}e_{\hat{\alpha}\rho} = \nabla_\mu e_{\hat{\alpha}\nu} + \omega_{\hat{\alpha}\hat{\beta}\mu}e_\nu^{\hat{\beta}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad D_\mu g_{\alpha\beta} = 0$$

Witten spinor



(Σ, q): (n-1)-dim. spacelike hypersurface

$$\gamma^i D_i \varepsilon = 0$$ (Dirac-Witten equation)

$$D_i \varepsilon = (\partial_i + {}^{(n-1)}\Gamma_i)\varepsilon, \qquad {}^{(n-1)}\Gamma_i = -\frac{1}{8}(e^{\hat{k}})^j D_i (e^{\hat{l}})_j [\gamma_{\hat{l}}, \gamma_{\hat{k}}]$$

$$g_{kl}(e_{\hat{i}})^k (e_{\hat{j}})^l = \delta_{\hat{i}\hat{j}}$$

We have solutions which are asymptotically approaches a constant spinor

$$\varepsilon \xrightarrow[r\to\infty]{} \varepsilon_0$$

Proof

$$\frac{1}{2}D^i D_i |\varepsilon|^2 = |D\varepsilon|^2 + \frac{1}{4}{}^{(n-1)}R|\varepsilon|^2$$

$$8\pi M_{ADM}|\varepsilon_0|^2 = \frac{1}{2}\int dS_i(\varepsilon^+ D^i\varepsilon + c.c.) = \int_\Sigma \left[|D\varepsilon|^2 + \frac{1}{4}{}^{(n-1)}R|\varepsilon|^2 \right]$$

- $${}^{(n-1)}R \geq 0 \quad \Rightarrow \quad M_{ADM} \geq 0$$
- $$M_{ADM} = 0 \Rightarrow D_i\varepsilon = 0 \Rightarrow [D_i, D_j]\varepsilon \propto {}^{(n-1)}R_{ijkl}[\gamma^k, \gamma^l]\varepsilon = 0$$
- Σ is flat space

Surface integral

$$\varepsilon^+ D_1\varepsilon = \varepsilon_0^+\partial_1\varepsilon + \varepsilon_0^{+\,(n-1)}\Gamma_1\varepsilon_0$$

1

$$\gamma^i D_i\varepsilon = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma^i(\partial_i\varepsilon + {}^{(n-1)}\Gamma_i\varepsilon_0) \approx 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0^+\gamma_1\,\gamma^i(\partial_i\varepsilon + {}^{(n-1)}\Gamma_i\varepsilon_0) \approx 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0^+\partial_1\varepsilon = -\varepsilon_0^+\gamma_1\gamma^A\partial_A\varepsilon - \varepsilon_0^+\gamma_1\gamma^{i\,(n-1)}\Gamma_i\varepsilon_0$$

$$\frac{1}{2}\int dS_1(\varepsilon^+ D^1\varepsilon + c.c.) = \int dS^1\varepsilon_0^+({}^{(n-1)}\Gamma_1 - \gamma_1\gamma^{j\,(n-1)}\Gamma_j)\varepsilon_0 - \int dS^i\,\cancel{\varepsilon_0\gamma_i\gamma^A\partial_A\varepsilon}$$

$$= \frac{1}{4}\int dS^i\varepsilon_0^+(\partial_j h_i^j - \partial_i h_j^j)\varepsilon_0$$

$${}^{(n-1)}\Gamma_i = \frac{1}{16}(\partial^j h_i^k - \partial^k h_i^j)[\gamma_k,\gamma_j] + O\left(\frac{1}{r^{n-1}}\right)$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} + h_{ij},\quad (e^{\hat{i}})_j = ({}^{(0)}e^{\hat{i}})_j + \frac{1}{2}h_{kj}({}^{(0)}e^{\hat{i}})^k$$

付録1：Horndeski理論

作用

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}\left[L_2 + L_3 + L_4 + L_5\right]$$

$$\begin{cases} L_2 = K(\phi, X) \\ L_3 = -G_3(\phi, X)\nabla^2\phi \\ L_4 = G_4(\phi, X)R + G_{4X}\left[(\nabla^2\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2\right] \\ L_5 = G_5(\phi, X)G^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi \end{cases}$$

$$-\frac{1}{6}G_{5X}\left[(\nabla^2\phi)^3 - 3(\nabla^2\phi)(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^3\right]$$

metricとsingle scalarの２階微分方程式の一般形

付録2：Strominger 1984の拡張

一般化

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[R+\frac{1}{2\beta^2}R^2\right]$$

$$\tilde{g}_{\mu\nu}=(1+\alpha\beta^{-2}R)g_{\mu\nu},\quad \phi:=\ln(1+\alpha\beta^{-2}R)$$

$$\tilde{S}=\int d^4x\sqrt{-\tilde{g}}\left[\tilde{R}-\frac{3}{2}(\tilde{\nabla}\phi)^2-V_\alpha(\phi)\right]$$

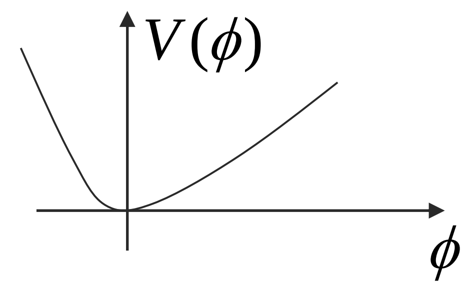
$$V_\alpha(\phi)=\frac{\beta^2}{\alpha^2}\left(\alpha-\frac{1}{2}\right)(1-e^{-\phi})^2$$

Dominant energy conditionを満足しているEinstein理論と等価。

$$R>-\beta^2/\alpha\quad(\alpha>1/2)$$

を満たす漸近的に平坦な時空の質量は非負。

D次元



$$S=\int d^Dx\sqrt{-g}\left[R+\frac{1}{2\beta^2}R^2\right]$$

$$\tilde{g}_{\mu\nu}=\Omega^2 g_{\mu\nu},\quad \phi:=(D-2)\ln\Omega,\quad \Omega=\left(1+\alpha\frac{R}{\beta^2}\right)^{\frac{1}{D-2}}$$

$$\tilde{S}=\int d^Dx\sqrt{-\tilde{g}}\left[\tilde{R}-\frac{D-1}{D-2}(\tilde{\nabla}\phi)^2-V_{\alpha,D}(\phi)\right]$$

$$V_{\alpha,D}(\phi)=\frac{\beta^2}{\alpha^2}\left(\alpha-\frac{1}{2}\right)\left(e^{-\frac{D}{2(D-2)}\phi}-e^{\frac{D-4}{2(D-2)}\phi}\right)^2$$

Dominant energy conditionを満足しているEinstein理論と等価。

$R>-\beta^2/\alpha$を満たす漸近的に平坦な時空の質量は非負。